

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 15.03.03 Прикладная механика

Наименование образовательной программы: Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Основы вариационного исчисления**

**Москва
2024**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Капицына Т.В.
	Идентификатор	R2b1e4b7e-KapitsynaTV-1a69b3e3

Т.В.
Капицына

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Цой В.Э.
	Идентификатор	Rd9d3a9dd-TsoyVE-b05eb4b4

В.Э. Цой

Заведующий
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883d

И.В.
Меркурьев

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

ИД-6 Применяет математический аппарат вариационного исчисления, демонстрирует понимание вариационных принципов механики

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. Классические задачи вариационного исчисления (Контрольная работа)
2. Необходимые и достаточные условия экстремумов (Контрольная работа)
3. Основные задачи вариационного исчисления (Контрольная работа)

БРС дисциплины

4 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 Классические задачи вариационного исчисления (Контрольная работа)
КМ-2 Необходимые и достаточные условия экстремумов (Контрольная работа)
КМ-3 Основные задачи вариационного исчисления (Контрольная работа)

Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %			
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3
	Срок КМ:	3	7	11
1 Классические задачи вариационного исчисления				
Функционал. Вариация функционала и ее свойства. Экстремум функционала. Вариация функционала, дифференцируемость по Фреше и Гато. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.		+		
2 Необходимые и достаточные условия экстремумов				
Задачи с функционалами, зависящими от производных высших порядков. Задачи с подвижными концами и границами. Обобщение			+	

задачи с подвижными границами			
3 Основные задачи вариационного исчисления			
Элементарная задача Больца и Майера. Вариационные задачи с дифференциальными и интегральными связями. Исследование экстремалей в простейшей вариационной задаче. Условия Лежандра и Якобы. Поле экстремалей.			+
Вес КМ:	30	30	40

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-6 _{ОПК-1} Применяет математический аппарат вариационного исчисления, демонстрирует понимание вариационных принципов механики	Знать: Решать задачи с подвижными границами Решать задачи с неподвижными границами Знать отличие вариационных задач Лагранжа, Больца и Майера. Уметь: Решать простейшие задачи вариационного исчисления	КМ-1 Классические задачи вариационного исчисления (Контрольная работа) КМ-2 Необходимые и достаточные условия экстремумов (Контрольная работа) КМ-3 Основные задачи вариационного исчисления (Контрольная работа)

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. Классические задачи вариационного исчисления

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 30

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Классические задачи вариационного исчисления» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: Функционал. Вариация функционала и ее свойства. Экстремум функционала. Вариация функционала, дифференцируемость по Фреше и Гато Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Уметь: Решать простейшие задачи вариационного исчисления	1. $\int_0^1 y y'^2 dx$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

КМ-2. Необходимые и достаточные условия экстремумов

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 30

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Необходимые и достаточные условия экстремумов» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: Задачи с функционалами, зависящими от производных высших порядков. Задачи с подвижными концами и границами Обобщение задачи с подвижными границами

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: Решать задачи с неподвижными границами	1. $\int_0^2 (y'' + x^2 y y') dx, y(0) = 2, y(1) = 3$
Знать: Решать задачи с подвижными границами	1. $\int_0^1 y'^3 dx$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

КМ-3. Основные задачи вариационного исчисления

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 40

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Основные задачи вариационного исчисления» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

Контрольная точка направлена на оценку освоения компетенции по темам: Элементарная задача Больца и Майера. Вариационные задачи с дифференциальными и

интегральными связями. Исследование экстремалей в простейшей вариационной задаче.
Условия Лежандра и Якобы. Поле экстремалей

Контрольные вопросы/задания:

Запланированные результаты обучения по дисциплине	Вопросы/задания для проверки
Знать: Знать отличие вариационных задач Лагранжа, Больца и Майера.	1. $\int_0^1 (y'^2 + xy'') dx, y(0) = 0, y(1) = 1$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет с оценкой

Пример билета

Вариант 1:

1. Задача Дидоны.
2. Задача о брахистохроне

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-6_{ОПК-1} Применяет математический аппарат вариационного исчисления, демонстрирует понимание вариационных принципов механики

Вопросы, задания

1. Функционал.
2. Вариация функционала и ее свойства.
3. Экстремум функционала.
4. Дифференцируемость по Фреше и Гато
5. Простейшая задача вариационного исчисления.
6. Уравнения Эйлера.
7. Задачи с функционалами, зависящими от производных высших порядков.
8. Задачи с подвижными концами и границами
9. Обобщение задачи с подвижными границами
10. Элементарная задача Больца и Майера.
11. Вариационные задачи с дифференциальными и интегральными связями.
12. Исследование экстремалей в простейшей вариационной задаче.
13. Условия Лежандра и Якобы.
14. Поле экстремалей.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Выяснить, моно ли в пространстве функций непрерывных на отрезке $[a, b]$ норму задать следующим образом: $\|f\| = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

Ответы:

- 1) Можно 2) Нельзя 3) Верно

Верный ответ: 2

2. Исследовать на линейность, ограниченность и непрерывность заданной в пространстве $C^1[0,1]$ функционал $J[y] = \int_0^1 (x^2 y' - 3y) dx$

Ответы:

- 1) Нелинеен, неограничен, разрывен;
2) Линеен, ограничен, разрывен;
3) Линеен, ограничен, непрерывен

Верный ответ: 3

3. Исследовать на экстремум заданной в пространстве $C^1[a, b]$ функционал $J[y] = y(a)y'(b)$

Ответы:

- 1) не дифференцируем;
- 2) имеет производную Гатто;
- 3) имеет производную Фреше.

Верный ответ: 3

4. Исследовать на экстремум заданной в пространстве $C^1[0,1]$ функционал. $J[y] = \int_0^1 (y'^2 + yy' + 12xy) dx$, $y(0) = y(1) = 0$

Ответы:

- 1) нет экстремума;
- 2) есть экстремум;
- 3) абсолютный минимум.

Верный ответ: 3

5. Решить вариационную задачу.

$J[y_1, y_2] = \int_0^1 (y_1'^2 + y_2'^2 + 2y_1 y_2') dx$, $y_1(1) = \frac{3}{2}$, $y_2(1) = 1$

Ответы:

- 1) максимум;
- 2) нет экстремума;
- 3) абсолютный минимум.

Верный ответ: 3

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5 («отлично»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4 («хорошо»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3 («удовлетворительно»)

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2 («неудовлетворительно»)

Описание характеристики выполнения знания: допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».