

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 15.03.03 Прикладная механика

Наименование образовательной программы: Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная


**Рабочая программа дисциплины  
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА И ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Часть, формируемая участниками образовательных отношений</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.Ч.01</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>5 семестр - 8; 6 семестр - 5; всего - 13</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>468 часа</b>
<b>Лекции</b>	<b>5 семестр - 64 часа; 6 семестр - 28 часа; всего - 92 часа</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>5 семестр - 32 часа; 6 семестр - 14 часов; всего - 46 часа</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>5 семестр - 18 часов; 6 семестр - 16 часов; всего - 34 часа</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>5 семестр - 169,2 часа; 6 семестр - 117,2 часов; всего - 286,4 часа</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>5 семестр - 31,7 часа; 6 семестр - 19,7 часов; всего - 51,4 часа</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>5 семестр - 4 часа; 6 семестр - 4 часа; всего - 8 часов</b>
<b>включая:</b> Тестирование Контрольная работа	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Защита курсового проекта</b>	<b>5 семестр - 0,3 часа;</b>
<b>Экзамен</b>	<b>5 семестр - 0,5 часа;</b>
<b>Экзамен</b>	<b>6 семестр - 0,5 часа;</b>
<b>Защита курсового проекта</b>	<b>6 семестр - 0,3 часа;</b>
	<b>всего - 1,6 часа</b>

**Москва 2023**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**


Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Чирков В.П.
	Идентификатор	R5a0851f5-ChirkovVP-f96deff3

В.П. Чирков


**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Позняк Е.В.
	Идентификатор	Rd1b94958-PozniakYV-2647307e

Е.В. Позняк

Заведующий выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MercuryevIV-1e4a883f

И.В. Меркурьев

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** освоение методов расчета механических систем на свободные и вынужденные колебания

### Задачи дисциплины

- формирование навыков составления адекватных расчетных схем и математических моделей механических систем для расчетов на динамические воздействия;
- приобретение навыков постановки и решения задач динамики машин, конструкций, сооружений, установок, агрегатов, оборудования, приборов и аппаратуры и их элементов;
- применение современных систем компьютерной математики для решения задач динамики машин и конструкций;
- освоение методов решения задач динамики механических систем.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ПК-1 Готов участвовать в расчетах с элементами научных исследований деталей машин, узлов и конструкций с целью обеспечения их прочности, жесткости, устойчивости, долговечности, безопасности и надежности	ИД-2 <sub>ПК-1</sub> Способен проводить проектные и/или проверочные расчеты объектов профессиональной деятельности на статические и/или динамические нагрузки	знать: - основные понятия и теоремы аналитической механики.  уметь: - выводить уравнения вынужденных колебаний, применять методы расчета на вынужденные колебания машин и конструкций; - выводить уравнения свободных колебаний, применять методы расчета на собственные колебания машин и конструкций; - выводить уравнения движения механических систем и находить законы их движения; - исследовать устойчивость движения механических систем.
ПК-1 Готов участвовать в расчетах с элементами научных исследований деталей машин, узлов и конструкций с целью обеспечения их прочности, жесткости, устойчивости, долговечности, безопасности и надежности	ИД-5 <sub>ПК-1</sub> Способен выполнить анализ результатов расчетов, сформулировать выводы и рекомендации, оформить научно-технический отчет	знать: - основные понятия устойчивости движения, теоремы и критерии устойчивости; - основы нелинейной теории колебаний, классификацию и методы решения нелинейных динамических задач; - основные понятия, теоремы и методы линейной теории колебаний.  уметь: - применять методы решения нелинейных задач динамики машин и конструкций.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры (далее – ОПОП), направления подготовки 15.03.03 Прикладная механика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать основные понятия дифференциального и интегрального исчисления, теорию обыкновенных линейных дифференциальных уравнений и постановку краевых задач (Б1.Б.07. Математика)

- знать основные уравнения и теоремы динамики системы материальных точек (Б1.Б.10. Теоретическая механика)

- знать правила определения опорных реакций и построения эпюр внутренних силовых факторов (Б1.Б.12. Механика материалов и конструкций)

- знать основные принципы вариационного исчисления (Б1.В.ДВ.06.01. Основы вариационного исчисления)

- уметь вычислять производные и интегралы от функций одной переменной, находить значения определенных интегралов (в том числе численно с применением квадратурных формул), вычислять интегралы по площади, решать обыкновенные дифференциальные уравнения (Б1.Б.07. Математика)

- уметь применять уравнения и теоремы динамики системы материальных точек (Б1.Б.10. Теоретическая механика)

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 13 зачетных единиц, 468 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Основные понятия аналитической механики	63	5	24	-	12	-	-	-	-	-	27	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Основные понятия аналитической механики"</p> <p><b><u>Подготовка курсового проекта:</u></b> Курсовой проект выполняется по индивидуальному заданию. В рамках работы необходимо рассчитать основные показатели работы оборудования, выбрать оптимальное решение. Курсовой проект предусматривает пояснительную записку с расчетами и графическую часть.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Основные понятия аналитической механики" материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится по представленным письменным работам.</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Основные понятия аналитической механики и подготовка к контрольной работе</p>
1.1	Предмет аналитической механики	6		2	-	1	-	-	-	-	-	3	-	
1.2	Общее уравнение динамики	18		8	-	4	-	-	-	-	-	6	-	
1.3	Обобщенные координаты и обобщенные скорости	10		4	-	2	-	-	-	-	-	4	-	
1.4	Вариационный принцип Гамильтона – Остроградского	10		4	-	2	-	-	-	-	-	4	-	
1.5	Составление уравнений движения механических систем	19		6	-	3	-	-	-	-	-	10	-	

													<p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Основные понятия аналитической механики" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p> <p><b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Основные понятия аналитической механики"</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], 4-24 [3], 4-12 [4], 5-55 [11], 10-25</p>	
2	Линейная теория колебаний	56	16	-	8	-	-	-	-	-	-	32	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Линейная теория колебаний"</p> <p><b><u>Подготовка курсового проекта:</u></b> Курсовой проект выполняется по индивидуальному заданию. В рамках работы необходимо рассчитать основные показатели работы оборудования, выбрать оптимальное решение. Курсовой проект предусматривает пояснительную записку с расчетами и графическую часть.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Линейная теория колебаний" материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится по представленным письменным работам.</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b></p>
2.1	Вывод уравнений колебаний	21	6	-	3	-	-	-	-	-	-	12	-	
2.2	Решение уравнения малых свободных колебаний консервативной системы.	35	10	-	5	-	-	-	-	-	-	20	-	

													<p>Изучение материалов по разделу Линейная теория колебаний и подготовка к контрольной работе</p> <p><b><u>Подготовка курсовой работы:</u></b> Курсовая работа представлена в виде крупной задачи по учебному кейсу, охватывающей несколько расчетных вопросов и выбор варианта проектного решения.</p> <p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Линейная теория колебаний" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p> <p><b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Линейная теория колебаний"</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b></p> <p>[1], 9-63 [2], 25-42 [3], 12-21 [5], 348-255 [6], 5-11, 81-110 [7], 6-16, 218-256 [9], 37-46</p>
3	Вынужденные колебания	81	24	-	12	-	-	-	-	-	45	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Вынужденные колебания"</p> <p><b><u>Подготовка курсового проекта:</u></b> Курсовой проект выполняется по индивидуальному заданию. В рамках работы необходимо рассчитать основные показатели работы оборудования, выбрать оптимальное решение. Курсовой проект предусматривает пояснительную записку с расчетами и графическую часть.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена</p>
3.1	Установившиеся вынужденные колебания	35	10	-	5	-	-	-	-	-	20	-	
3.2	Неустановившиеся вынужденные колебания	30	10	-	5	-	-	-	-	-	15	-	
3.3	Методы борьбы с вибрацией	16	4	-	2	-	-	-	-	-	10	-	

													на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Вынужденные колебания" материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится по представленным письменным работам. <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Вынужденные колебания и подготовка к контрольной работе <b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Вынужденные колебания" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Вынужденные колебания" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], 96-114 [2], 43-55 [3], 21-29 [5], 356-372 [6], 115-140 [7], 22-36, 257-277	
	Экзамен	36.0		-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Курсовой проект (КП)	52.0		-	-	-	16	-	4	-	0.3	31.7	-	
	Всего за семестр	288.0		64	-	32	16	2	4	-	0.8	135.7	33.5	
	Итого за семестр	288.0		64	-	32	18		4		0.8		169.2	
4	Теория устойчивости движения	63	6	16	-	8	-	-	-	-	-	39	-	<b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Теория устойчивости движения"
4.1	Понятие устойчивости движения	7		2	-	1	-	-	-	-	-	4	-	<b><u>Подготовка курсового проекта:</u></b> Курсовой



4.2	Основные теоремы и критерии устойчивости	32	8	-	4	-	-	-	-	-	20	-	<p>проект выполняется по индивидуальному заданию. В рамках работы необходимо рассчитать основные показатели работы оборудования, выбрать оптимальное решение. Курсовой проект предусматривает пояснительную записку с расчетами и графическую часть.</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Теория устойчивости движения и подготовка к контрольной работе</p> <p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Теория устойчивости движения" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях</p> <p><b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Теория устойчивости движения"</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], 73-95 [7], 37-45, 278-290 [8], 6-53 [9], 47-50</p>
4.3	Параметрические колебания	24	6	-	3	-	-	-	-	-	15	-	
5	Нелинейные колебания	43	12	-	6	-	-	-	-	-	25	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Нелинейные колебания"</p> <p><b><u>Подготовка курсового проекта:</u></b> Курсовой проект выполняется по индивидуальному заданию. В рамках работы необходимо рассчитать основные показатели работы оборудования, выбрать оптимальное решение. Курсовой проект предусматривает пояснительную записку с расчетами и графическую часть.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена</p>
5.1	Нелинейные колебательные системы	23	6	-	2	-	-	-	-	-	15	-	
5.2	Методы теории нелинейных колебаний	20	6	-	4	-	-	-	-	-	10	-	

													на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Нелинейные колебания" материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проверка домашнего задания проводится по представленным письменным работам. <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Нелинейные колебания и подготовка к контрольной работе <b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Нелинейные колебания" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Нелинейные колебания" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [6], 55-80 [7], 195-217 [9], 479-513 [10], 1-8
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Курсовой проект (КП)	38.0	-	-	-	14	-	4	-	0.3	19.7	-	
	Всего за семестр	180.0	28	-	14	14	2	4	-	0.8	83.7	33.5	
	Итого за семестр	180.0	28	-	14	16		4		0.8	117.2		
	<b>ИТОГО</b>	<b>468.0</b>	-	92	-	46	34	8		1.6	286.4		

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Основные понятия аналитической механики

#### 1.1. Предмет аналитической механики

Понятие механической системы. Свободная и несвободная механическая система. Связи и их классификация. Принцип Даламбера для несвободных систем.

#### 1.2. Общее уравнение динамики

Общее уравнение динамики для случая потенциальных сил. Уравнения Лагранжа первого рода, их механический смысл.

#### 1.3. Обобщенные координаты и обобщенные скорости

. Основные пространства аналитической механики. Кинетическая энергия в обобщенных координатах. Виртуальная работа и потенциальная энергия в обобщенных координатах. Обобщенные силы. Примеры определения обобщенных сил, соответствующих заданным обобщенным координатам.

#### 1.4. Вариационный принцип Гамильтона – Остроградского

Вывод принципа из общего уравнения динамики. Различные формулировки принципа Гамильтона – Остроградского. Случаи потенциальной и консервативной систем. Действие по Гамильтону. Функция Лагранжа.. Вывод уравнений Лагранжа второго рода из принципа Гамильтона – Остроградского. Частные случаи: наличие силовой функции, консервативные системы.

#### 1.5. Составление уравнений движения механических систем

Применение уравнений Лагранжа второго рода. Понятие о циклических координатах. Основные понятия аналитической статики. Условия равновесия консервативных систем. Теорема Лагранжа – Дирихле.

### 2. Линейная теория колебаний

#### 2.1. Вывод уравнений колебаний

Кинетическая и потенциальная энергия. Свойства матрицы инерции и матрицы жесткости. Вывод уравнений малых свободных колебаний консервативной системы из уравнений Лагранжа второго рода. Вывод уравнений малых свободных колебаний из принципа Даламбера. Применение матрицы единичных перемещений для составления уравнения колебаний.

#### 2.2. Решение уравнения малых свободных колебаний консервативной системы.

Собственные частоты и формы колебаний. Соотношение Релея. Свойства собственных частот и форм колебаний. Главные (нормальные) координаты. Матричная интерпретация главных координат. Свободные колебания консервативной системы, удовлетворяющие начальным условиям. Малые свободные колебания систем с одной степенью свободы. Фундаментальная система Коши. Малые свободные колебания систем с двумя степенями свободы. Парциальные системы. Диаграмма Вина. Свободные колебания систем, содержащих циклические координаты. Классификация линейных неконсервативных систем. Уравнение малых свободных колебаний линейных диссипативных систем с одной степенью свободы. Решение уравнений для случая малого демпфирования. Характеристики демпфирования. Решение уравнений для случая большого демпфирования. Решения уравнений колебаний диссипативных систем на фазовой плоскости.. Уравнения свободных

колебаний диссипативных систем со многими степенями свободы. Свойства матрицы демпфирования. Гироскопические силы. Диссипативная функция Релея. Решение уравнений свободных колебаний линейных диссипативных систем со многими степенями свободы.. Приведение уравнений колебаний диссипативных систем к главным координатам. Случай внешнего и внутреннего трения.

### 3. Вынужденные колебания

#### 3.1. Установившиеся вынужденные колебания

Установившиеся вынужденные колебания в линейных системах с одной степенью свободы без демпфирования. Случай внешней гармонической силы. Динамический коэффициент. Случай периодической вынуждающей силы. Случай кинематического возбуждения. Установившиеся вынужденные колебания в линейных системах с одной степенью свободы при наличии демпфирования. Случай гармонической вынуждающей силы. Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики. Применение метода комплексных амплитуд. Установившиеся вынужденные колебания в недиссипативных системах с конечным числом степеней свободы. Приведение уравнений установившихся вынужденных колебаний к главным координатам. Установившиеся вынужденные колебания в диссипативных системах с конечным числом степеней свободы.

#### 3.2. Неустановившиеся вынужденные колебания

Неустановившиеся вынужденные колебания в линейных системах с одной степенью свободы без диссипации.. Механический смысл частного решения. Интеграл Дюамеля. Импульсная переходная функция. Процесс установления вынужденных колебаний в системе с одной степенью свободы без демпфирования. Процесс установления вынужденных колебаний в системе с одной степенью свободы при наличии диссипации. Неустановившиеся вынужденные колебания в линейных системах с конечным числом степеней свободы. Разложение по формам собственных колебаний. Применение преобразования Лапласа для исследования неустановившихся вынужденных колебаний.

#### 3.3. Методы борьбы с вибрацией

Полезные и вредные проявления вибраций. Балансировка, отстройка от резонансов, введение демпферов. Динамические гасители колебаний. Виброизоляция, активная и пассивная виброзащита.

### 4. Теория устойчивости движения

#### 4.1. Понятие устойчивости движения

Уравнения возмущенного движения. Определения устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости, неустойчивости.. Второй метод Ляпунова для исследования устойчивости движения. Функции Ляпунова первого и второго рода.

#### 4.2. Основные теоремы и критерии устойчивости

Теорема об устойчивости движения. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова – Четаева о неустойчивости движения. Применение метода функций Ляпунова к исследованию устойчивости равновесия консервативных систем. Теорема Кельвина и Тета о влиянии гироскопических и диссипативных сил на характер устойчивости положений равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Алгебраический критерий устойчивости Рауса – Гурвица. Критерий В.И. Зубова. Геометрический критерий Коши – Найквиста – Михайлова. Алгоритмы численного

анализа устойчивости линейных систем. Методы выделения областей устойчивости в пространстве параметров..

#### 4.3. Параметрические колебания

Уравнения в вариациях для периодических решений при параметрических колебаниях. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям с периодическими коэффициентами. Дифференциальное уравнение Матье – Хилла. Свойства решений уравнения Матье – Хилла.. Теория Флоке. Теоремы Хаупта. Методы нахождения границ областей неустойчивости. Диаграмма Айнса – Стретта. Параметрические колебания в системах с демпфированием. Параметрические колебания систем со многими степенями свободы. Комбинационные резонансы.

### 5. Нелинейные колебания

#### 5.1. Нелинейные колебательные системы

Свойства нелинейных колебательных систем. Классификация нелинейностей в механических системах. Основные задачи теории нелинейных колебаний. Свободные колебания нелинейной консервативной системы с одной степенью свободы. Системы с кусочно-линейными характеристиками. Метод припасовывания. Качественная теория Пуанкаре. Особые точки и их классификация. Предельные циклы, сепаратрисы. Метод точечных преобразований для построения предельных циклов.

#### 5.2. Методы теории нелинейных колебаний

Классический метод малого параметра. Метод Ляпунова – Линдштедта. Понятие о методе Пуанкаре и втором методе Ляпунова. Методы осреднения и вариационные методы: метод прямой линеаризации, метод гармонической линеаризации, метод энергетического баланса, метод гармонического баланса. Методы Ритца, Галеркина, Ван-дер-Поля, Крылова – Боголюбова – Митропольского. Автоколебательные системы. Условия существования предельных циклов. Применение приближенных аналитических методов для анализа вынужденных колебаний нелинейных систем. Супер- и субгармонические колебания в нелинейных системах. Параметрические колебания в нелинейных системах. Прохождение нелинейной системы через резонанс.

### **3.3. Темы практических занятий**

1. 14. Процесс установления вынужденных колебаний;
2. 13. Методы Ван-дер-Поля и Крылова – Боголюбова – Митропольского;
3. 13. Неустановившиеся вынужденные колебания в линейных системах .;
4. 1. Составление уравнений движения механических систем с использованием общих теорем динамики (5 семестр);
5. 2. Применение принципа Даламбера, принципа виртуальных перемещений, общего уравнения динамики;
6. 3. Обобщенные координаты, обобщенные силы, уравнения Лагранжа второго рода;
7. 8. Свободные колебания линейной диссипативной системы с одной степенью свободы;
8. 5. Уравнения малых свободных колебаний линейных консервативных систем;
9. 6. Решение уравнений малых свободных колебаний. Нахождение собственных частот и форм колебаний;
10. 14. Процесс установления вынужденных колебаний;
11. 9. Построение фазовых портретов консервативных и диссипативных систем;
12. 10. Установившиеся вынужденные колебания в линейных системах с одной степенью свободы без демпфирования;

13. 11. Установившиеся вынужденные колебания в линейных системах с одной степенью свободы при наличии демпфирования;
14. 4. Уравнения движения механических, электрических и акустических систем;
15. 15. Применение преобразования Лапласа для исследования неустановившихся вынужденных колебаний;
16. 3. Методы выделения областей устойчивости в пространстве параметров;
17. 1. Уравнения возмущенного движения. Устойчивость по Ляпунову. Функции Ляпунова первого и второго рода (6 семестр);
18. 2. Устойчивость по первому приближению. Алгебраические и геометрические критерии устойчивости;
19. 4. Параметрические колебания. Уравнение Матье – Хилла;
20. 5. Теория Флоке. Построение диаграммы Айнса – Стретта;
21. 6. Свободные колебания нелинейной консервативной системы;
22. 7. Системы с кусочно-линейными характеристиками .;
23. 8. Качественная теория Пуанкаре. Особые точки, фазовые траектории;
24. 9. Построение предельных циклов;
25. 10. Метод малого параметра. Метод Ляпунова – Линдстедта;
26. 11. Методы линеаризации;
27. 12. Вариационные методы Ритца и Галеркина;
28. 7. Свободные колебания систем с двумя степенями свободы. Парциальные системы. Диаграмма Вина;
29. 14. Параметрические колебания в нелинейных системах;
30. 12. Установившиеся вынужденные колебания в системах с двумя степенями свободы;
31. 16. Методы борьбы с вибрациями;
32. 13. Неустановившиеся вынужденные колебания в линейных системах ..

### 3.4. Темы лабораторных работ не предусмотрено

### 3.5 Консультации

#### Аудиторные консультации по курсовому проекту/работе (КПР)

1. Консультации направлены на выполнение разделов курсового проекта под руководством наставника (преподавателя). В рамках часов на групповые консультации разбираются наиболее важные части расчетных заданий раздела "Основные понятия аналитической механики"
2. Консультации направлены на выполнение разделов курсового проекта под руководством наставника (преподавателя). В рамках часов на групповые консультации разбираются наиболее важные части расчетных заданий раздела "Линейная теория колебаний"
3. Консультации направлены на выполнение разделов курсового проекта под руководством наставника (преподавателя). В рамках часов на групповые консультации разбираются наиболее важные части расчетных заданий раздела "Вынужденные колебания"
4. Консультации направлены на выполнение разделов курсового проекта под руководством наставника (преподавателя). В рамках часов на групповые консультации разбираются наиболее важные части расчетных заданий раздела "Теория устойчивости движения"
5. Консультации направлены на выполнение разделов курсового проекта под руководством наставника (преподавателя). В рамках часов на групповые

консультации разбираются наиболее важные части расчетных заданий раздела "Нелинейные колебания"

Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)

1. Обсуждение материалов по разделу "Основные понятия аналитической механики"
2. Обсуждение материалов по разделу "Линейная теория колебаний"
3. Обсуждение материалов по разделу "Вынужденные колебания"
4. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Теория устойчивости движения"
5. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Нелинейные колебания"

Индивидуальные консультации по курсовому проекту /работе (ИККП)

1. Консультации проводятся по разделу "Основные понятия аналитической механики"
2. Консультации проводятся по разделу "Линейная теория колебаний"
3. Консультации проводятся по разделу "Вынужденные колебания"
4. Консультации проводятся по разделу "Теория устойчивости движения"
5. Консультации проводятся по разделу "Нелинейные колебания"

Текущий контроль (ТК)

1. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Основные понятия аналитической механики"
2. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Линейная теория колебаний"
3. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Вынужденные колебания"
4. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Теория устойчивости движения"
5. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Нелинейные колебания"

**3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ  
5 Семестр**

Курсовой проект (КП)

Темы:

- Задание 1. Отыскание закона движения систем Задание 2. Нахождение закона движения системы Задание 3. Составление уравнений Лагранжа второго рода Задание 4. Вывод линеаризованных уравнений движения Задание 5. Исследование колебаний системы с одной степенью свободы Задание 6. Исследование свободных колебаний системы с двумя степенями свободы Задание 7. Исследование вынужденных колебаний системы с двумя степенями свободы Задание 8. Изучение неустановившихся колебаний

**График выполнения курсового проекта**

Неделя	1 - 4	5 - 8	9 - 12	13 - 16	Зачетная
Раздел курсового проекта	1, 2	3, 4, 5, 6	6, 7	7, 8	Защита курсового проекта
Объем раздела, %	25	25	25	25	-
Выполненный объем нарастающим итогом, %	25	50	75	100	-

Номер раздела	Раздел курсового проекта
1	Отыскание закона движения системы

2	Нахождение закона движения системы
3	Составление уравнений Лагранжа второго рода
4	Вывод линеаризованных уравнений движения
5	Исследование колебаний системы с одной степенью свободы
6	Исследование свободных колебаний системы с двумя степенями свободы
7	Исследование вынужденных колебаний системы с двумя степенями свободы
8	Изучение неустановившихся колебаний

## 6 Семестр

Курсовой проект (КП)

Темы:

- Задание 1. Исследование устойчивости движения прямым методом Ляпунова  
 Задание 2. Выделение области устойчивости на плоскости параметров  
 Задание 3. Исследование параметрических колебаний линейной системы с одной степенью свободы  
 Задание 4. Построение траекторий движения кусочно-линейной системы на фазовой плоскости  
 Задание 5. Исследование свободных колебаний в кусочно-линейной системе  
 Задание 6. Исследование свободных колебаний в нелинейной системе  
 Задание 7. Изучение вынужденных колебаний в нелинейной системе

### График выполнения курсового проекта

Неделя	1 - 4	5 - 9	10 - 13	Зачетная
Раздел курсового проекта	1, 2	3, 4	5, 6, 7	Защита курсового проекта
Объем раздела, %	25	35	40	-
Выполненный объем нарастающим итогом, %	25	60	100	-

Номер раздела	Раздел курсового проекта
1	Исследование устойчивости движения прямым методом Ляпунова
2	Выделение области устойчивости на плоскости параметров
3	Исследование параметрических колебаний линейной системы с одной степенью свободы
4	Построение траекторий движения кусочно-линейной системы на фазовой плоскости
5	Исследование свободных колебаний в кусочно-линейной системе
6	Исследование свободных колебаний в нелинейной системе
7	Изучение вынужденных колебаний в нелинейной системе



### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)					Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	5	
<b>Знать:</b>							
основные понятия и теоремы аналитической механики	ИД-2 <sub>ПК-1</sub>	+					Тестирование/Тест 1. Методы динамического расчета механических систем.
основные понятия, теоремы и методы линейной теории колебаний	ИД-5 <sub>ПК-1</sub>		+				Контрольная работа/Контрольная работа № 1. Вычисление собственной частоты системы с одной степенью свободы Тестирование/Тест 2. Колебания механических систем
основы нелинейной теории колебаний, классификацию и методы решения нелинейных динамических задач	ИД-5 <sub>ПК-1</sub>					+	Контрольная работа/КМ-1Контрольная работа №1
основные понятия устойчивости движения, теоремы и критерии устойчивости	ИД-5 <sub>ПК-1</sub>				+		Контрольная работа/КМ-2Контрольная работа №2
<b>Уметь:</b>							
исследовать устойчивость движения механических систем	ИД-2 <sub>ПК-1</sub>				+		Контрольная работа/КМ-1Контрольная работа №1
выводить уравнения движения механических систем и находить законы их движения	ИД-2 <sub>ПК-1</sub>			+			Тестирование/Тест 2. Колебания механических систем
выводить уравнения свободных колебаний, применять методы расчета на собственные колебания машин и конструкций	ИД-2 <sub>ПК-1</sub>		+				Контрольная работа/Контрольная работа № 1. Вычисление собственной частоты системы с одной степенью свободы
выводить уравнения вынужденных колебаний, применять методы расчета на вынужденные колебания машин и конструкций	ИД-2 <sub>ПК-1</sub>			+			Контрольная работа/Контрольная работа № 2. Уравнения свободных и вынужденных колебаний
применять методы решения нелинейных задач динамики машин и конструкций	ИД-5 <sub>ПК-1</sub>					+	Контрольная работа/КМ-3Контрольная работа №3

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **5 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Контрольная работа № 1. Вычисление собственной частоты системы с одной степенью свободы (Контрольная работа)
2. Контрольная работа № 2. Уравнения свободных и вынужденных колебаний (Контрольная работа)
3. Тест 1. Методы динамического расчета механических систем. (Тестирование)
4. Тест 2. Колебания механических систем (Тестирование)

#### **6 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. КМ-1Контрольная работа №1 (Контрольная работа)
2. КМ-2Контрольная работа №2 (Контрольная работа)
3. КМ-3Контрольная работа №3 (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

Балльно-рейтинговая структура курсового проекта является приложением Б.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

#### Экзамен (Семестр №5)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и аттестационной составляющих.

#### Курсовой проект (КП) (Семестр №5)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и аттестационной составляющих.

#### Экзамен (Семестр №6)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и аттестационной составляющих.

#### Курсовой проект (КП) (Семестр №6)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и аттестационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 6 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Окопный, Ю. А. Колебания линейных систем : учебное пособие для вузов по направлениям "Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных

- производств", "Автоматизация технологических процессов и производств" / Ю. А. Окопный, В. П. Радин, В. П. Чирков . – М. : Спектр, 2014 . – 432 с. - ISBN 978-5-4442-0041-4 .;
2. Трифонов, О. В. Колебания систем с конечным числом степеней свободы : учебное пособие по курсу "Аналитическая динамика и теория колебаний" по направлению "Прикладная механика" / О. В. Трифонов, Моск. энерг. ин-т (МЭИ ТУ) . – М. : Издательский дом МЭИ, 2007 . – 56 с. - ISBN 978-5-383-00008-3 .;
3. Чирков, В. П. Колебания систем с сосредоточенными параметрами. Методические указания к курсовому проекту : методическое пособие по курсу "Аналитическая динамика и теория колебаний" по направлению "Прикладная механика" / В. П. Чирков, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" . – М. : МЭИ, 2013 . – 24 с.  
<http://elibr.mpei.ru/elibr/view.php?id=5732>;
4. Бутенин, Н. В. Введение в аналитическую механику : учебное пособие для вузов / Н. В. Бутенин . – М. : Наука, 1971 . – 264 с.;
5. Окопный, Ю. А. Механика материалов и конструкций : Учебник для вузов "Механика материалов и конструкций", "Сопротивление материалов" и родственные им дисциплины / Ю. А. Окопный, В. П. Радин, В. П. Чирков . – М. : Машиностроение, 2001 . – 408 с. - ISBN 5-217-02974-9 .;
6. Бидерман, В. Л. Теория механических колебаний : учебник для вузов по специальности "Динамика и прочность машин" / В. Л. Бидерман ; Вступление- И. В. Демьянушко . – 3-е изд., доп. – М. : Эдиториал УРСС, 2017 . – 416 с. – (Физико-математическое наследие: физика (механика)) . - ISBN 978-5-9710-4573-1 .;
7. Светлицкий, В. А. Задачи и примеры по теории колебаний. Ч.1. : Учебное пособие для вузов / В. А. Светлицкий . – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1994 . – 308 с. - ISBN 5-7038-0893-6 : 3000.00 .;
8. Алфутов, Н. А. Устойчивость движения и равновесия : Учебник для вузов в области машиностроения и систем управления / Н. А. Алфутов, К. С. Колесников, Федеральная целевая программа 'Государственная поддержка интеграций высшего образования и фундаментальной науки' . – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 . – 256 с. – (Механика в техническом университете ; Вып. 3) . - ISBN 5-7038-1472-3 .;
9. Андронов, А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин . – М. : Наука, 1981 . – 568 с.;
10. Смирнов, А. И. Колебания нелинейных механических систем : методическое пособие по курсу "Аналитическая динамика и теория колебаний" по направлению "Механика" / А. И. Смирнов ; ред. В. П. Чирков ; Нац. исслед. ун-т "МЭИ" . – М. : Изд-во МЭИ, 2013 . – 8 с.  
<http://elibr.mpei.ru/elibr/view.php?id=5013>;
11. Бертяев В. Д., Ручинский В. С.- "Теоретическая и аналитическая механика. Учебно-исследовательская работа студентов", Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2022 - (424 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/205973>.

## **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Ansys / CAE Fidesys;
5. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
6. Python;
7. GNU Octave.

## **5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:**

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>

2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
4. База данных ВИНТИ online - <http://www.viniti.ru/>
5. База данных журналов издательства Elsevier - <https://www.sciencedirect.com/>
6. Национальная электронная библиотека - <https://rusneb.ru/>
7. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	Б-418, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	Б-412, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
	Б-418, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	Б-418, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-302, Читальный зал отдела обслуживания учебной литературой	стул, стол письменный, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный
	НТБ-201, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	Б-110/1, Кабинет сотрудников каф. "РМДиПМ"	кресло рабочее, стол, стул, шкаф, компьютер персональный
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	Б-06а, Учебная лаборатория	стеллаж для хранения книг

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Аналитическая динамика и теория колебаний

(название дисциплины)

#### 5 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Тест 1. Методы динамического расчета механических систем. (Тестирование)  
 КМ-2 Тест 2. Колебания механических систем (Тестирование)  
 КМ-3 Контрольная работа № 1. Вычисление собственной частоты системы с одной степенью свободы (Контрольная работа)  
 КМ-4 Контрольная работа № 2. Уравнения свободных и вынужденных колебаний (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	16
1	Основные понятия аналитической механики					
1.1	Предмет аналитической механики		+			
1.2	Общее уравнение динамики		+			
1.3	Обобщенные координаты и обобщенные скорости		+			
1.4	Вариационный принцип Гамильтона – Остроградского		+			
1.5	Составление уравнений движения механических систем		+			
2	Линейная теория колебаний					
2.1	Вывод уравнений колебаний			+	+	
2.2	Решение уравнения малых свободных колебаний консервативной системы.				+	
3	Вынужденные колебания					
3.1	Установившиеся вынужденные колебания			+		+
3.2	Неустановившиеся вынужденные колебания			+		+
3.3	Методы борьбы с вибрацией			+		
Вес КМ, %:			25	25	25	25

## 6 семестр

### Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

КМ-1 КМ-1 Контрольная работа №1 (Контрольная работа)

КМ-6 КМ-2 Контрольная работа №2 (Контрольная работа)

КМ-7 КМ-3 Контрольная работа №3 (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-6	КМ-7
		Неделя КМ:	4	8	12
1	Теория устойчивости движения				
1.1	Понятие устойчивости движения			+	
1.2	Основные теоремы и критерии устойчивости		+	+	
1.3	Параметрические колебания		+		
2	Нелинейные колебания				
2.1	Нелинейные колебательные системы		+		+
2.2	Методы теории нелинейных колебаний		+		+
Вес КМ, %:			30	35	35

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА КУРСОВОГО ПРОЕКТА/РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Аналитическая динамика и теория колебаний

(название дисциплины)

#### 5 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по курсовому проекту:**

- КМ-1 Контроль графика и оценка выполнения задач 1, 2 курсового проекта
- КМ-2 Контроль графика и оценка выполнения задач 2, 3 курсового проекта
- КМ-3 Контроль графика и оценка выполнения задач 4, 5 курсового проекта
- КМ-4 Контроль графика и оценка выполнения задач 6,7,8 курсового проекта

**Вид промежуточной аттестации – защита КП.**

Номер раздела	Раздел курсового проекта/курсовой работы	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	16
1	Отыскание закона движения системы		+			
2	Нахождение закона движения системы		+			
3	Составление уравнений Лагранжа второго рода			+		
4	Вывод линеаризованных уравнений движения			+		
5	Исследование колебаний системы с одной степенью свободы			+		
6	Исследование свободных колебаний системы с двумя степенями свободы			+	+	
7	Исследование вынужденных колебаний системы с двумя степенями свободы				+	+
8	Изучение неустановившихся колебаний					+
Вес КМ, %:			25	25	25	25

#### 6 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по курсовому проекту:**

- КМ-1 КМ-1 Оценка выполнения заданий №1 и №2 КП
- КМ-2 КМ-2 Оценка выполнения заданий №3 и №4 КП
- КМ-3 КМ-3 Оценка выполнения заданий №5 и №6 КП

**Вид промежуточной аттестации – защита КП.**

Номер	Раздел курсового проекта/курсовой работы	Индекс	КМ-	КМ-	КМ-
-------	--	--------	-----	-----	-----

раздела		КМ:	1	2	3
		Неделя	4	9	13
		КМ:			
1	Исследование устойчивости движения прямым методом Ляпунова		+		
2	Выделение области устойчивости на плоскости параметров		+		
3	Исследование параметрических колебаний линейной системы с одной степенью свободы			+	
4	Построение траекторий движения кусочно-линейной системы на фазовой плоскости			+	
5	Исследование свободных колебаний в кусочно-линейной системе				+
6	Исследование свободных колебаний в нелинейной системе				+
7	Изучение вынужденных колебаний в нелинейной системе				+
Вес КМ, %:			25	35	40