

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Направление подготовки/специальность: 15.03.03 Прикладная механика

Наименование образовательной программы: Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины
ОСНОВЫ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Блок:	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
Часть образовательной программы:	Обязательная
№ дисциплины по учебному плану:	Б1.О.26
Трудоемкость в зачетных единицах:	4 семестр - 2;
Часов (всего) по учебному плану:	72 часа
Лекции	4 семестр - 16 часов;
Практические занятия	4 семестр - 16 часов;
Лабораторные работы	не предусмотрено учебным планом
Консультации	проводится в рамках часов аудиторных занятий
Самостоятельная работа	4 семестр - 39,7 часа;
в том числе на КП/КР	не предусмотрено учебным планом
Иная контактная работа	проводится в рамках часов аудиторных занятий
включая:	
Контрольная работа	
Промежуточная аттестация:	
Зачет с оценкой	4 семестр - 0,3 часа;

Москва 2023

ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Капицына Т.В.
	Идентификатор	R2b1e4b7e-KapitsynaTV-1a69b3e3

Т.В. Капицына

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Позняк Е.В.
	Идентификатор	Rd1b94958-PozniakYV-2647307e

Е.В. Позняк

Заведующий выпускающей
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883c

И.В. Меркурьев

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: Основы вариационного исчисления для бакалавров является закладка математического фундамента как средства изучения окружающего мира для успешного освоения дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов по профилю направления. Изучение законов, закономерностей математики и отвечающих им методов расчета. Формирование навыков построения и применения моделей, возникающих в инженерной практике и проведения расчетов по таким моделям.

Задачи дисциплины

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ИД-бОПК-1 Применяет математический аппарат вариационного исчисления, демонстрирует понимание вариационных принципов механики	знать: - Решать задачи с подвижными границами; - Решать задачи с неподвижными границами; - Знать отличие вариационных задач Лагранжа, Больца и Майера.. уметь: - Решать простейшие задачи вариационного исчисления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры (далее – ОПОП), направления подготовки 15.03.03 Прикладная механика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Базируется на уровне среднего общего образования.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1 Классические задачи вариационного исчисления	20	4	6	-	6	-	-	-	-	-	8	-	<p><u>Подготовка к практическим занятиям:</u> Изучение материала по разделу "Классические задачи вариационного исчисления" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях и подготовка к контрольной работе <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], с 16-40 [2], с 22-42</p>
1.1	Функционал. Вариация функционала и ее свойства. Экстремум функционала. Вариация функционала, дифференцируемость по Фреше и Гато. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.	20		6	-	6	-	-	-	-	-	8	-	
2	2 Необходимые и достаточные условия экстремумов	14		4	-	4	-	-	-	-	-	-	6	
2.1	Задачи с функционалами, зависящими от производных высших порядков. Задачи с подвижными концами и границами. Обобщение задачи с подвижными	14	4	-	4	-	-	-	-	-	-	6	-	

	границами												
3	3 Основные задачи вариационного исчисления	20	6	-	6	-	-	-	-	-	8	-	<u>Подготовка к практическим занятиям:</u> Изучение материала по разделу "Основные задачи вариационного исчисления" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях и подготовка к контрольной работе <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], с 66-80 [2], с 46-64
3.1	Элементарная задача Больца и Майера. Вариационные задачи с дифференциальными и интегральными связями. Исследование экстремалей в простейшей вариационной задаче. Условия Лежандра и Якобы. Поле экстремалей.	20	6	-	6	-	-	-	-	-	8	-	
	Зачет с оценкой	18.0	-	-	-	-	-	-	-	0.3	-	17.7	
	Всего за семестр	72.0	16	-	16	-	-	-	-	0.3	22	17.7	
	Итого за семестр	72.0	16	-	16	-	-	-	0.3	39.7			

Примечание: Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПП – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

3.2 Краткое содержание разделов

1. 1 Классические задачи вариационного исчисления

1.1. Функционал. Вариация функционала и ее свойства. Экстремум функционала. Вариация функционала, дифференцируемость по Фреше и Гато. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.

1 Дифференциальное исчисление в нормированных пространствах. Необходимое условие экстремума функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Основная лемма. Частные случаи интегрируемости уравнений Эйлера. Достаточные условия экстремума функционала. Подвижные границы. Условия трансверсальности. Экстремали с угловыми точками. Задача на условный экстремум с дифференциальными и интегральными связями. Задача Больца. Некоторые классические задачи вариационного исчисления (геодезические линии, задача о брахистохроне, изопериметрические задачи). Дифференциальное исчисление в линейных нормированных пространствах. Необходимое условие экстремума функционала в линейном нормированном пространстве..

2. 2 Необходимые и достаточные условия экстремумов

2.1. Задачи с функционалами, зависящими от производных высших порядков. Задачи с подвижными концами и границами. Обобщение задачи с подвижными границами

2 Уравнение Эйлера-Лагранжа. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума. Основная лемма Дюбуа-Реймона. Частные случаи интегрируемости уравнений Эйлера-Лагранжа. Достаточные условия экстремума функционала. Уравнение Якоби и условие Якоби. Центральное поле экстремалей. Функция Вейерштрасса. Условие Лежандра..

3. 3 Основные задачи вариационного исчисления

3.1. Элементарная задача Больца и Майера. Вариационные задачи с дифференциальными и интегральными связями. Исследование экстремалей в простейшей вариационной задаче. Условия Лежандра и Якоби. Поле экстремалей.

3 Необходимые условия экстремума для функционалов, зависящих от вектор-функции, от производных более высокого порядка, от функций нескольких переменных. Подвижные границы. Условие трансверсальности в простейшей задаче вариационного исчисления. Заданное поведение границы. Пространственные задачи. Экстремали с угловыми точками. Задачи вариационного исчисления с преломлением и отражением экстремалей. Вариационные задачи на условный экстремум. Задачи с голономными, дифференциальными и интегральными связями. Вариационные задачи Лагранжа, Майера и Больца. Теория оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина. Вариационные принципы механики Мопертюи-Лагранжа, стационарного действия Гамильтона. Прямые методы: Ритца, Канторовича, Эйлера, Бубнова-Галёркина и др..

3.3. Темы практических занятий

1. Исследование экстремалей в простейшей вариационной задаче. Условия Лежандра и Якоби. Поле экстремалей.;
2. Вариационные задачи с дифференциальными и интегральными связями;
3. Элементарная задача Больца и Майера.;
4. Обобщение задачи с подвижными границами;
5. Задачи с подвижными концами и границами;
6. Задачи с функционалами, зависящими от производных высших порядков.;
7. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.;

8. Экстремум функционала. Вариация функционала, дифференцируемость по Фреше и Гато;
9. Функционал. Вариация функционала и ее свойства..

3.4. Темы лабораторных работ не предусмотрено

3.5 Консультации

Текущий контроль (ТК)

1. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Классические задачи вариационного исчисления"
2. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Необходимые и достаточные условия экстремумов"
3. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Основные задачи вариационного исчисления"

3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ Курсовой проект/ работа не предусмотрены

3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)			Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	
Знать:					
Знать отличие вариационных задач Лагранжа, Больца и Майера.	ИД-бОПК-1			+	Контрольная работа/Основные задачи вариационного исчисления
Решать задачи с неподвижными границами	ИД-бОПК-1		+		Контрольная работа/Необходимые и достаточные условия экстремумов
Решать задачи с подвижными границами	ИД-бОПК-1		+		Контрольная работа/Необходимые и достаточные условия экстремумов
Уметь:					
Решать простейшие задачи вариационного исчисления	ИД-бОПК-1	+			Контрольная работа/Классические задачи вариационного исчисления

4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)

4.1. Текущий контроль успеваемости

4 семестр

Форма реализации: Письменная работа

1. Классические задачи вариационного исчисления (Контрольная работа)
2. Необходимые и достаточные условия экстремумов (Контрольная работа)
3. Основные задачи вариационного исчисления (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине

Зачет с оценкой (Семестр №4)

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

В диплом выставляется оценка за 4 семестр.

Примечание: Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Печатные и электронные издания:

1. Петрушко, И. М. Курс высшей математики. Вариационное исчисление. Лекции и практические занятия : учебное пособие по курсу "Высшая математика" по всем направлениям / И. М. Петрушко, В. А. Илюшкин, Моск. энерг. ин-т (МЭИ ТУ) . – М. : Изд-во МЭИ, 2006 . – 171 с. - ISBN 5-903072-68-2 .;
2. М. Л. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев- "Вариационное исчисление: задачи и упражнения", Издательство: "Наука", Москва, 1973 - (191 с.)
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455168>.

5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др).

5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red
3. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
4. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>
5. Портал открытых данных Российской Федерации - <https://data.gov.ru>

6. База открытых данных Министерства труда и социальной защиты РФ - <https://rosmintrud.ru/opendata>

7. База открытых данных профессиональных стандартов Министерства труда и социальной защиты РФ - <http://profstandart.rosmintrud.ru/obshchiy-informatsionnyy-blok/natsionalnyy-reestr-professionalnykh-standartov/>

8. База открытых данных Министерства экономического развития РФ - <http://www.economy.gov.ru>

9. База открытых данных Росфинмониторинга - <http://www.fedsfm.ru/opendata>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	Б-415, Учебная аудитория	кресло рабочее, стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	Б-415, Учебная аудитория	кресло рабочее, стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	Б-412, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-302, Читальный зал отдела обслуживания учебной литературой	стул, стол письменный, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный
	НТБ-201, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	Б-308/1, Преподавательская каф. "ВМ"	кресло рабочее, стол, стол компьютерный, стул, шкаф, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, доска магнитная, компьютер персональный, холодильник, кондиционер
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	В-404/1а, Кладовая	

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Основы вариационного исчисления

(название дисциплины)

4 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 Классические задачи вариационного исчисления (Контрольная работа)
 КМ-2 Необходимые и достаточные условия экстремумов (Контрольная работа)
 КМ-3 Основные задачи вариационного исчисления (Контрольная работа)

Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3
		Неделя КМ:	3	7	11
1	1 Классические задачи вариационного исчисления				
1.1	Функционал. Вариация функционала и ее свойства. Экстремум функционала. Вариация функционала, дифференцируемость по Фреше и Гато. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.		+		
2	2 Необходимые и достаточные условия экстремумов				
2.1	Задачи с функционалами, зависящими от производных высших порядков. Задачи с подвижными концами и границами. Обобщение задачи с подвижными границами			+	
3	3 Основные задачи вариационного исчисления				
3.1	Элементарная задача Больца и Майера. Вариационные задачи с дифференциальными и интегральными связями. Исследование экстремалей в простейшей вариационной задаче. Условия Лежандра и Якобы. Поле экстремалей.				+
Вес КМ, %:			30	30	40