

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 15.03.03 Прикладная механика

Наименование образовательной программы: Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Уравнения математической физики**

**Москва
2023**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Капицына Т.В.
	Идентификатор	R2b1e4b7e-KapitsynaTV-1a69b3e3

(подпись)

Т.В.

Капицына

(расшифровка
подписи)

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Позняк Е.В.
	Идентификатор	Rd1b94958-PozniakYV-2647307e

(подпись)

Е.В. Позняк

(расшифровка
подписи)

Заведующий
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883f

(подпись)

И.В.

Меркурьев

(расшифровка
подписи)

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-2 способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики

2. ОПК-3 способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. ДУ 1-го порядка с частными производными (Контрольная работа)
2. Интегральные уравнения Фредгольма II-го рода (Расчетно-графическая работа)
3. Конформные отображения (Контрольная работа)
4. Обтекание профилей Жуковского (Расчетно-графическая работа)
5. Разделение переменных в краевых задачах для эллиптических уравнений (Контрольная работа)
6. Разделение переменных в начально-краевых задачах для уравнения теплопроводности и волнового уравнения (Контрольная работа)
7. Решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений (Контрольная работа)
8. Устойчивые многочлены (Контрольная работа)

БРС дисциплины

5 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	3	7	11	15
Дифференциальные уравнения в частных производных					
Дифференциальные уравнения в частных производных		+	+	+	
Интегральные уравнения Фредгольма					
Интегральные уравнения Фредгольма					+

Вес КМ:	25	25	25	25
---------	----	----	----	----

6 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-5	КМ-6	КМ-7	КМ-8
	Срок КМ:	3	7	11	15
Принцип аргумента					
Принцип аргумента		+			
Конформные отображения. Задача Дирихле.					
Конформные отображения. Задача Дирихле.			+	+	
Комплексный потенциал Задача обтекания профилей Жуковского					
Комплексный потенциал Задача обтекания профилей Жуковского					+
Вес КМ:		25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-2	ОПК-2(Компетенция)	Знать: определение резольвентного ядра постановку краевых задач для эллиптических уравнений определение 1-го интеграла системы ОДУ Уметь: решать задачу Штурма-Лиувилля	ДУ 1-го порядка с частными производными (Контрольная работа) Разделение переменных в начально-краевых задачах для уравнения теплопроводности и волнового уравнения (Контрольная работа) Разделение переменных в краевых задачах для эллиптических уравнений (Контрольная работа) Интегральные уравнения Фредгольма II-го рода (Расчетно-графическая работа)
ОПК-3	ОПК-3(Компетенция)	Знать: критерии Михайлова свойства элементарных функций комплексного переменного формулу интеграла Пуассона решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа Уметь: решать задачи обтекания гладких профилей	Устойчивые многочлены (Контрольная работа) Конформные отображения (Контрольная работа) Решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений (Контрольная работа) Обтекание профилей Жуковского (Расчетно-графическая работа)

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

5 семестр

КМ-1. ДУ 1-го порядка с частными производными

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «ДУ 1-го порядка с частными производными» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

решение ДУ 1-го порядка с частными производными

Контрольные вопросы/задания:

Знать: определение 1-го интеграла системы ОДУ	1. Найти общее решение дифференциального уравнения: 1. $(2y - u) \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u.$ 2. $x(z - y) \frac{\partial u}{\partial x} + y(y - x) \frac{\partial u}{\partial y} + (y^2 - xz) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$ 3. $x(y + u) \frac{\partial u}{\partial x} + u(u - y) \frac{\partial u}{\partial y} = y(y - u).$
---	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-2. Разделение переменных в начально-краевых задачах для уравнения теплопроводности и волнового уравнения

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Разделение переменных в начально-краевых задачах для уравнения теплопроводности и волнового уравнения» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

решение начально-краевых задач для уравнения теплопроводности и волнового уравнения

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: решать задачу Штурма-Лиувилля	1. Решить начально-краевую задачу для волнового уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad D = \{x: 0 < x < l\}, \quad 0 < t$ с однородными граничными и заданными начальными условиями $u _{t=0} = g(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t} _{t=0} = p(x) \quad (0 \leq x \leq l).$ 1. $u _{x=0} = u_x _{x=\pi/2} = 0$, $f(x, t) = e^{-t} \sin 5x$, $g(x) = 0$, $p(x) = \sin x - 2 \sin 3x$. 2. $u_x _{x=0} = u _{x=\pi/2} = 0$, $f(x, t) = t^2 \cos 5x$, $g(x) = 0$, $p(x) = \cos x - 3 \cos 3x$. 3. $u_x _{x=0} = u_x _{x=\pi} = 0$,
--------------------------------------	--

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-3. Разделение переменных в краевых задачах для эллиптических уравнений

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Разделение переменных в краевых задачах для эллиптических уравнений» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

решение краевых задач для эллиптических уравнений

Контрольные вопросы/задания:

Знать: постановку краевых задач для эллиптических уравнений	1. Решить краевую задачу для уравнения Пуассона $\Delta u = -f(r, \varphi) \text{ внутри кольца } D = \{1 < r < 2\} \text{ с нулевыми условиями.}$ 1. $f(r, \varphi) = r \cos 2\varphi, \quad u _{r=1} = 0, \quad u_r _{r=2} = 3 \sin \varphi.$ 2. $f(r, \varphi) = r^2 \sin \varphi, \quad u_r _{r=1} = 0, \quad u _{r=2} = 2 \cos 2\varphi$ 3. $f(r, \varphi) = r^{-1} \cos \varphi, \quad u _{r=1} = 0, \quad u _{r=2} = 2 \sin 2\varphi$
--	---

Описание шкалы оценивания:*Оценка: 5**Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4**Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3**Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-4. Интегральные уравнения Фредгольма II-го рода**Формы реализации:** Письменная работа**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Защита ТР проводится на занятии в виде письменной работы на 2 часа**Краткое содержание задания:**

решение интегрального уравнения Фредгольма II-го рода

Контрольные вопросы/задания:

Знать: определение	1. Дано интегральное уравнение Фредгольма II рода
-----------------------	---

резольвентного ядра	$y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) y(t) dt + f(x),$ а) Найти характеристические числа ядра $K(x, t)$ и соответствующие им собственные функции. б) При λ, не равном характеристическому значению, найти решение. в) При λ, равном характеристическому значению, найти решение, если оно существует. 1. 1) $K(x, t) = x^2 \cos 2t, a = 0, b = \pi, f_1(x) = \sin x$ 2) $K(x, t) = \cos(x + t), a = 0, b = 2\pi, f(x) = \cos x$ 2. 1) $K(x, t) = \sin(\pi x) \cdot t, a = -1, b = 1, f_1(x) = 3x$ 2) $K(x, t) = \sin(x + t), a = 0, b = 2\pi, f(x) = \cos x$ 3. 1) $K(x, t) = \sin(\pi x) \cdot t, a = -1, b = 1, f_1(x) = \frac{2x^2}{\sqrt{1}}$ 2) $K(x, t) = \cos(x - t), a = 0, b = 2\pi, f(x) = \cos x$ а) Найти интегрированные ядра для ядра $K(x, t)$. б) Найти резольвентное ядро $R(x, t; \lambda)$ с помощью ряда Ниссен-Штурма и найти λ, при которых этот ряд сходится. в) С помощью резольвентного ядра $R(x, t; \lambda)$ найти решение уравнения.
----------------------------	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения задания: работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения задания: работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения задания: работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

6 семестр

КМ-5. Устойчивые многочлены

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Устойчивые многочлены» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

исследование на устойчивость решения уравнения

Контрольные вопросы/задания:

Знать: критери и Михайл ова	1. С помощью кривой Михайлова найти число нулей в правой $\operatorname{Re} z > 0$ и левой $\operatorname{Re} z < 0$ полуплоскостях д 1. $z^6 + 3z^4 + 8z^3 + 7z^2 + 8z + 5$. 2. $z^4 + z^3 + 2z^2 + 9z - 3$. 3. $z^4 + 2z^2 + z + 1$.
---	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-6. Конформные отображения

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Конформные отображения» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:
изучение конформных изображений

Контрольные вопросы/задания:

Знать: свойства элемента рных функций комплекс ного переменн ого	1. Найти дробно-линейную функцию $w = w(z)$, конформно отображающую область D на область G и дополнительным условиям. 1. 1) $D = \{z : z \in \mathbb{C} \quad \text{Im } z > 1\}, \quad G = \{w : w \in \mathbb{C} \quad \text{Im } w > 0\}$ $w(i) = 2, \quad w(2i) = 0.$
--	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-7. Решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольную работу «Решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

Краткое содержание задания:

решение задачи Дирихле с помощью конформных отображений

Контрольные вопросы/задания:

Знать: формулу интеграла	1. С помощью интеграла Пуассона найти решение
--------------------------------	--

Пуассона на решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа	задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области D $\Delta u = 0, \quad (x, y) \in D:$ 1) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\infty < x < +\infty, y > 0\}, \quad u$ 2) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}, \quad u _{y=0} = \theta(x) - \theta$ 3) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\infty < x < +\infty, 0 < y < 1\}$ $u _{y=1} = \theta(x) - \theta(x-1);$
---	---

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: контрольная работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

КМ-8. Обтекание профилей Жуковского

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Расчетно-графическая работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Защита ТР проводится на занятии в виде письменной работы на 2 часа

Краткое содержание задания:

Обтекание профилей Жуковского

Контрольные вопросы/задания:

Уметь: решать задачи обтекания гладких профилей	1. Рассмотреть задачу обтекания эллиптического ци-
---	--

		цилиндра с параметрами $a, b, \Gamma_\infty, V_\infty$, либо пластины с параметрами $a = c, b = 0, V_\infty$, либо руля Жуковского с параметрами c, d, V_∞ , либо крыла Жуковского с параметрами c, d, h, V_∞ . Найти комплексный потенциал, скорости потока в точках z_i , разность давлений жидкости $p(z_2) - p(z_1)$ и подъемную силу.						
Вар.	a	b	c	d	h	Γ_∞	V_∞	z_i
1	3	0	3				$4e^{-i\pi/4}$	$z_1 = 0 + i0, z_2 = 0 - i0$
2	3	1				$-\pi$	$2e^{-i\pi/3}$	$z_1 = i, z_2 = -i, z_3 = -3$
3			$\sqrt{3}$	1	1		$2e^{i\pi/4}$	z_1 — прообраз точки $w = 3i$, z_2 — прообраз точки $w = -3i$, z_3 — прообраз точки $w = -3$

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа считается выполненной на оценку «Отлично», если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа считается выполненной на оценку «Хорошо», если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: работа считается выполненной на оценку «Удовлетворительно», если допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

1. Сведение задачи Дирихле для уравнения Пуассона с помощью потенциалов к интегральному уравнению.
2. Теоремы Фредгольма для СЛАУ.
3. Определить тип ДУ, привести к каноническому виду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ОПК-2(Компетенция)

Вопросы, задания

1. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка. Теорема об однозначной разрешимости задачи Коши. Квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка. Теорема об однозначной разрешимости задачи Коши
2. Общая схема метода разделения переменных решения начально-краевых задач с однородным уравнением и однородными граничными условиями. Общая схема метода разделения переменных решения начально-краевых задач с неоднородным уравнением и однородными граничными условиями. Представление функции Грина задачи с помощью собственных функций. Решение задачи с помощью функции Грина.
3. Общая схема метода разделения переменных решения краевых задач для эллиптического уравнения с неоднородным уравнением и неоднородными граничными условиями. Представление функции Грина задачи с помощью собственных функций. Решение задачи с помощью функции Грина.
4. Гармонические функции. Теорема о среднем. Принцип максимума. Внутренние краевые задачи Дирихле, Неймана и Робена (1-ая, 2-ая и 3-я краевые задачи) для уравнения Лапласа. Единственность и устойчивость классических решений. Понятие корректной постановки задачи.
5. Функция Грина внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа и её свойства. Представление решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона с помощью функции Грина.
6. Сведение задачи Дирихле для уравнения Пуассона с помощью потенциалов к интегральному уравнению. Сведение задачи Неймана для уравнения Пуассона с помощью потенциалов к интегральному уравнению. Сведение 3-ей краевой задачи с помощью потенциалов к интегральному уравнению.
7. Теоремы Фредгольма для СЛАУ.
8. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма.

- 9.Существование решения интегрального уравнения Фредгольма II-го рода.
Достаточные условия для малых параметров. Представление резольвентного ядра с помощью итерированных ядер.
- 10.Существование единственного решения интегрального уравнения Вольтера II-го рода.
- 11.Интегральные уравнения с непрерывными ядрами. Теоремы Фредгольма.
- 12.Интегральные уравнения с симметричными ядрами. Свойства собственных функций и характеристических значений симметричного ядра.
- 13.Теорема Гильберта-Шмидта
- 14.Разложение решения неоднородного интегрального уравнения с симметричным ядром по собственным функциям.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. Найти общее решение

$$(u - y) \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u.$$

Ответы:

1.

$$\Phi \left(\frac{u}{y}, x + y - u \right) = 0;$$

2. $\Phi(u, x + y - u) = 0$

Верный ответ: 1

$$2x \frac{\partial u}{\partial x} + (y - x) \frac{\partial u}{\partial y} = x^2.$$

2.

Найти общее решение

Ответы:

1. $\Phi \left(\frac{u}{y}, \frac{(x+y)}{2} \right) = 0$

2.

$$\Phi \left(\frac{(x + y)^2}{x}, x^2 - 4u \right) = 0.$$

Верный ответ: 2

$$\sin^2 x \frac{\partial u}{\partial x} + \operatorname{tg} z \frac{\partial u}{\partial y} + \cos^2 z \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

3.

Найти общее решение

Ответы:

$$1. u = \Phi(\operatorname{tg}^2 z - 2y, \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} z) = 0$$

2.

$$u = \Phi(\operatorname{tg}^2 z - 2y, \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} z).$$

Верный ответ: 2

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: Ответ на вопросы билета изложен полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Ответ на вопросы билета изложен полностью, но в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

6 семестр

Форма промежуточной аттестации: Зачет с оценкой

Пример билета

1. Сформулировать критерий устойчивости Михайлова. Исследовать на устойчивость .
2. Свойства функции Жуковского. Найти образ области D при отображении $w=chz$, .
3. С помощью интеграла Пуассона найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области D , где функция Хевисайда.
 $D=\{0 < r < 1, 0 < j < p\}$, $u|r = 1 = 0$, $u|j = 0 = u|j = p = 1$.

Процедура проведения

Зачет проводится в форме письменной работы 2 часа.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ОПК-3(Компетенция)

Вопросы, задания

1. Логарифмический вычет функции в точке. Логарифмический вычет функции относительно контура. Принцип аргумента. Теорема Руше.
2. Применение принципа аргумента к вопросам устойчивости. Необходимое условие Стодоль. Критерий Михайлова.
3. Конформные отображения. Теорема Римана о существовании и единственности конформного отображения. Свойства линейной функции и обратной.
4. Свойства дробно-линейной и степенной функций.
5. Свойства показательной и логарифмической функций.
6. Функция Жуковского, тригонометрические и гиперболические функции.
7. Гармонические функции. Свойства гармонических функций. Теорема о среднем.
8. Решение задачи Дирихле в круге.
9. Решение задачи Дирихле в полуплоскости.
10. Интеграл Кристоффеля-Шварца. Случаи вырождения: образ вершины и вершина в бесконечно удаленной точке.
11. Плоские векторные поля. Поток и дивергенция, циркуляция и ротор. Соленоидальные и потенциальные векторные поля. Функция тока и потенциал гармонического поля. Комплексный потенциал.
12. Примеры плоских векторных полей: источник, вихрь, вихреисточник, диполь.
13. Задача определения комплексного потенциала по его гидродинамическим характеристикам. Задача обтекания замкнутого контура плоскопараллельным потоком несжимаемой жидкости.
14. Формулы Чаплыгина и Жуковского для подъемной силы.
15. Задача обтекания кругового цилиндра.
16. Задача обтекания произвольного замкнутого контура.

Материалы для проверки остаточных знаний

Пример 2.7.8. С помощью интеграла Пуассона найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области D

1. $\Delta u = 0, \quad (x, y) \in D.$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\infty < x < +\infty, \quad y > 0\}, \quad u|_{y=0} = \frac{x}{1 + 4x^2}.$$

Ответы:

1.

$$u(x, y) = \frac{x}{4x^2 + (2y + 1)^2}.$$

2. $u(x, y) = \frac{x}{4x^2 + (y+1)^2}$

3. $u(x, y) = \frac{x}{4x^2 + y^2}$

Верный ответ: 1

Пример 2.7.8. С помощью интеграла Пуассона найти решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области D

2. $\Delta u = 0, \quad (x, y) \in D.$

\

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u|_{x=0} = \theta(y) - \theta(y-1).$$

Ответы:

1.

$$u(x, y) = \frac{1}{\pi} \left(\arctg \left(\frac{1 + x^2 - y^2}{2xy} \right) - \arctg \left(\frac{x^2 - y^2}{2xy} \right) \right).$$

$$2. u(x, y) = \frac{1}{\pi} \left(\arctg \frac{1 - x^2 - y^2}{2xy^2} - \arctg \frac{x^2 - y^2}{xy} \right)$$

Верный ответ: 1

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»