

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 15.03.06 Мехатроника и робототехника**

**Наименование образовательной программы: Мехатроника и робототехника**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Дискретная математика**

**Москва  
2023**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Кирсанов М.Н.
	Идентификатор	R3df8d6c9-KirsanovMN-fe331b90

(подпись)

М.Н.  
Кирсанов

(расшифровка  
подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Адамов Б.И.
	Идентификатор	R2db20bbf-AdamovBI-4e0d2620

(подпись)

Б.И. Адамов

(расшифровка  
подписи)

Заведующий  
выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое  
звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883f

(подпись)

И.В.  
Меркурьев

(расшифровка  
подписи)

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

ИД-6 Применяет математический аппарат теории множеств, теории отношений, математической логики, теории графов, теории рекуррентных уравнений

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Алгоритмы (Контрольная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Графы (Контрольная работа)

2. Логика (Контрольная работа)

3. Множества. Соответствия (Контрольная работа)

4. Отображения. Отношения. Перестановки (Контрольная работа)

## БРС дисциплины

5 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
	Срок КМ:	2	5	8	10	12
Теория множеств и структур.						
Множества		+	+	+	+	+
Структуры		+	+	+	+	
Графы						
Деревья		+	+	+	+	+
Алгоритмы: Уоршелла, венгерский			+	+		
Логика, алгоритмы, рекуррентные уравнения						
СДНФ			+			+

Полином Жегалкина. Функция Эйлера					+
Однородные рекуррентные уравнения					+
Неоднородные рекуррентные уравнения					+
Вес КМ:	20	20	20	20	20

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-6оПК-1 Применяет математический аппарат теории множеств, теории отношений, математической логики, теории графов, теории рекуррентных уравнений	Знать: Операции на множествах Теория алгебраических структур Законы логики Уметь: Решать задачи на графах Задачи математической логики Рекуррентные уравнения	Множества. Соответствия (Контрольная работа) Логика (Контрольная работа) Отображения. Отношения. Перестановки (Контрольная работа) Алгоритмы (Контрольная работа) Графы (Контрольная работа)

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. Множества. Соответствия

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Очная работа.

**Краткое содержание задания:**

Даны множества. Найти мощность пересечения или объединения или разности их.

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Операции на множествах	1.Операции над множествами. Свойства операций (с доказательством) 2.Композиция соответствий. 3.Матричный алгоритм композиции
-------------------------------	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Аккуратный, полный, быстрый ответ*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания: Аккуратный, ответ. Без доказательств*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Ответ в общих чертах, задача решена*

### КМ-2. Логика

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Решение задач.

**Краткое содержание задания:**

Основные операции логики. Преобразовать логическое выражение к простейшему виду

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Операции на множествах	1.Что такое сокращенная дизъюнктивная форма?
Уметь: Задачи математической логики	1.Составить таблицу истинности функции трех переменных
Уметь: Рекуррентные уравнения	1.Упростить переключатель

Figure 1 Задача

2. Записать полином Жегалкина для выражения

$$x\bar{y} \vee xz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

Figure 2 Задача

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто, выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

**КМ-3. Алгоритмы**

**Формы реализации:** Компьютерное задание

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** На контрольной работе дается 2-3 вопроса и задача

**Краткое содержание задания:**

Найти ладейный полином заданной доски.



Figure 3 Задача

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Операции на множествах	1.Свойства коэффициентов ладейного полинома 2.Правило построения полинома.
-------------------------------	---

Уметь: Рекуррентные уравнения	Найти последовательность $x_n$ , удовлетворяющую рекуррентному соотношению. $x_{n+1} = x_n - 8n + 1,$ $x_0 = 3$
-------------------------------	--

1.

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

**КМ-4. Отображения. Отношения. Перестановки**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Ответ на теоретический вопрос, решение двух задач

**Краткое содержание задания:**

Составить таблицу Кэли структуры  $(X, *)$ , заданной на множестве пар  $x_0 = (0, 0)$ ,  $x_1 = (0, 1)$ ,  $x_2 = (1, 0)$ ,  $x_3 = (1, 1)$ . Указано правило для умножения пар  $a = (a_1, a_2)$  и  $b = (b_1, b_2)$ .

$$a * b = (|a_1 b_1 - b_2|, a_1 b_2)$$

Figure 4 Задача

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Операции на множествах	1. Восстановление перестановок по таблице
Знать: Теория алгебраических структур	1. Инверсии перестановок. Таблица инверсии.

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*



## КМ-5. Графы

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

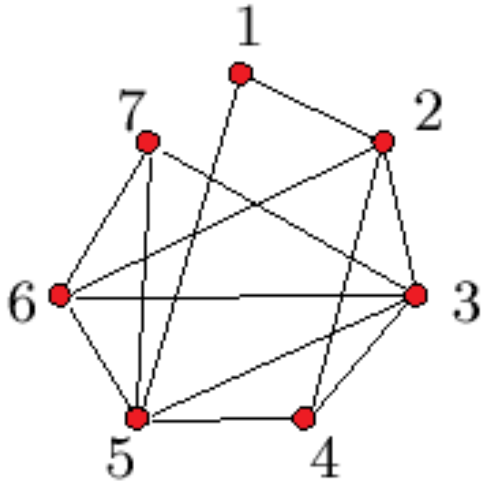
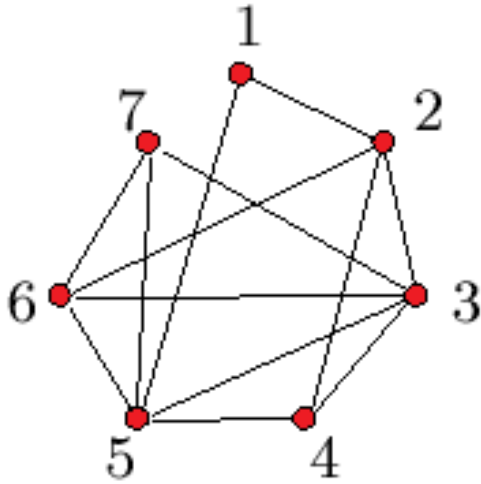
**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Задан граф. Решить одну из задач теории.

**Краткое содержание задания:**

Найти путь минимальной длины

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Законы логики	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Чем отличается ребро от дуги?</li><li>2. Лемма о рукопожатиях и два следствия из нее (с доказательством)</li><li>3. Для каких деревьев составляется код Прюфера?</li><li>4. Что такое двоичное кодирование дерева?</li></ol>
Уметь: Решать задачи на графах	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Найти радиус графа</li></ol>  <p>Figure 5 Задача</p> <ol style="list-style-type: none"><li>2. Указать степени вершин графа</li></ol> 

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 50*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 5 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

### Пример билета

1. Операции над множествами 2. Группы, полугруппы, подгруппы, моноиды  
Дан взвешенный граф. Найти остов графа минимального веса.

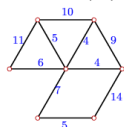


Figure 6 Задача

### Процедура проведения

За 45 минут студент письменно отвечает на вопрос и решает задачу. Затем - устное собеседование.

### 1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-БОПК-1 Применяет математический аппарат теории множеств, теории отношений, математической логики, теории графов, теории рекуррентных уравнений

### Вопросы, задания

1. Множество, подмножество, собственное подмножество. Объединение множеств, пересечение, разность, симметрическая разность, абсолютное дополнение. Универсальное множество. Свойства операций (коммутативность, ассоциативность, **дистрибутивность**, идемпотентность). Свойства универсального и пустого множеств. Закон двойного дополнения. Законы де Моргана. Парадокс Рассела.
2. Булеан. Мощность множества. **Мощность булеана**. Прямое произведение. Упорядоченная пара. Три свойства прямого произведения. Соответствие между множествами. Область определения соответствия. Первая проекция соответствия. Область значений соответствия. Вторая проекция. Сечение соответствия. Обратное соответствие. Пустое соответствие. Полное соответствие. Композиция соответствий. Условие существования композиции.
3. Отображение. Отображение функциональное. Шесть свойств отображений. Сюръективное, инъективное, биективное отображение. Композиция отображений. Ассоциативность композиции отображений. Обратное отображение. Единичное отображение. Левое и правое обратное отображение. **Лемма** о единичной композиции двух отображений. **Теорема** о существовании обратного отображения.
4. Отношения унарные и бинарные. Граф отношения. Матрица отношения. Единичное отношение. Полное отношение. Обратное отношение. Свойства отношений (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, асимметричность, транзитивность). Композиция бинарных отношений. **Необходимое и достаточное условие транзитивности**. Замыкание отношения. Рефлексивное замыкание. Транзитивное замыкание. Теорема о виде транзитивного замыкания. Вид транзитивного рефлексивного замыкания. Два алгоритма нахождения транзитивного замыкания. Отношение эквивалентности. Класс эквивалентности. Фактор-множество. Разбиение. Индекс разбиения. Отношение порядка. Предпорядок. Полный

- порядок. Частичный порядок. Строгий порядок. Диаграмма Хассе. Отношение Паретто. Алфавит. Лексикографический порядок.
5. Бинарная операция на множестве. Ассоциативность, коммутативность бинарной операции. Единичный элемент. Единственность единичного элемента. Полугруппа. Моноид. Обратный элемент моноида. Группа. Четыре аксиомы, которым удовлетворяет группа. Мультипликативная и аддитивная группа. Абелева группа. Подгруппа. Собственная подгруппа. Таблица Кэли. **Свойство столбцов (строк) таблицы Кэли.** Симметрическая группа. Циклическая группа. Конечная и бесконечная группа. Сравнение по модулю  $m$ . Кольцо. Поле. Теорема о связи циклической группы порядка  $m$  и группы классов вычетов. Кольцо, поле и классы вычетов по модулю  $m$ .
  6. Элементы математической логики. Конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация, эквиваленция, сложение по модулю 2. Штрих Шеффера. Стрелка Пирса. Основные законы логики. Булевы функции. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы (СДНФ). Сокращенная и минимальная ДНФ. Упрощение логических функций. Упрощение переключательных схем. Карты Карно. Полиномы Жегалкина.
  7. Матрица Квайна. Импликанты. Простые импликанты. Конституенты единицы.
  8. Решение однородных и неоднородных рекуррентных уравнений.
  9. Ладейные полиномы. Правило суммирования. Правило умножения.
  10. Инверсии. Таблица инверсии. Восстановление перестановок по инверсии.
  11. Функция Эйлера .
  12. Решение сравнений. Китайская теорема об остатках.
  13. **Лемма** о рукопожатиях, два следствия. Число ребер в полном графе.
  14. Мультиграф, псевдограф. Петли.
  15. Неограф и оргграф. Дуги и ребра. Взвешенный граф. Евклидов граф.
  16. Матрица смежности, матрица Кирхгофа, список ребер, матрица инцидентности. Связность. Сильная связность оргграфа. **Алгебраические дополнения матрицы Кирхгофа равны.**
  17. **Число остовов полного графа.**
  18. **Теорема** о двухсторонней оценке числа ребер в обыкновенном графе.
  19. Изоморфные графы. Однородные графы. Характеристический полином графа. Оценка корней характеристического полинома регулярного графа.
  20. Число вершинной и реберной связности графа. Двухсторонняя оценка числа реберной связности.
  21. Разрезающее множество, разрез, мост. Теорема о необходимом и достаточном условии существования мостов.
  22. Теорема Кегнига о двудольном графе.
  23. Эйлеровы графы. Эйлеров цикл и эйлерова цепь. Теоремы о эйлеровых графах.
  24. Дополнение графа. Ориентируемый граф. Теорема об ориентируемых графах.
  25. Центр графа. Эксцентриситет вершины. Радиус и диаметр графа. Теорема Жордана.
  26. Центроид графа. Вес вершины. Теорема Жордана.
  27. Ранг-полином. Ранг графа. Коранг. Цикломатическое число графа.
  28. **Теорема** о числе маршрутов определенной длины в графе.
  29. **Теорема** о числе ребер в обыкновенном связном графе. **Теорема** о числе ребер в произвольном графе.
  30. **Теорема** об алгебраических дополнениях в матрице Кирхгофа.
  31. **Число** остовов полного графа.
  32. Кодировка дерева. Двоичная кодировка и кодировка Прюфера.
  33. Реберный граф. **Размер реберного графа.**
  34. Дерево. Листья. Лес. Ярус. Ствол. Высота. Код Прюфера.
  35. Сеть. Сток. Исток. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Чередующаяся цепь.

36. Двудольный граф. Покрытие. Максимальное, наибольшее и совершенное покрытие. Перманент. Необходимое и достаточное условие равенства нулю перманента.
37. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм (Куна). Альфа-преобразование.
38. Кратчайший путь в орграфе. Алгоритм Дейкстры.
39. Остов минимального веса. Два алгоритма решения задачи.
40. Планарность. Плоский граф. Жорданова кривая. Подразбиение. Гомеоморфность. Теорема Понтрягина-Куратовского. Задача о трех домах и трех колодцах. Толщина графа.
41. **Теорема** Эйлера о плоском графе. Максимально плоский граф. Триангуляция. Теорема о связи триангуляции с планарностью. Размер максимального планарного графа.
42. Раскраски. Хроматический индекс и хроматическое число. Оценки. **Теорема** о редукции. Стягивание.
43. Числа Стирлинга 1 и 2-го рода. Хроматическое число дерева. Картографическая раскраска.
44. Основание графа. Сильно связный граф. Евклидов граф.
45. Гамильтоновы и полугамильтоновы графы. Евклидовы графы. Задача коммивояжера.
46. Алгебраический алгоритм нахождения гамильтоновых циклов.
47. Доминирующее множество. Число доминирования. Внутренняя и внешняя устойчивость графа. Полностью зависимое и полностью независимое множество вершин. Число вершинной независимости. Реберная независимость. **Теорема** о связи независимости и доминирования. Клики.
48. Реберный граф. **Число ребер**.
49. Два алгоритма нахождения наибольшего паросочетания в двудольном графе.

2.Булеан.

3.Биекция

### Материалы для проверки остаточных знаний

1.Размер графа обозначается...

Ответы:

1. m 2. n 3. k

Верный ответ: 1

2.Радиус графа это

Ответы:

1. минимальный эксцентриситет 2. минимальная степень вершин 3. минимальное число ребер

Верный ответ: 1

3.функция Эйлера от простого числа p

Ответы:

1) p 2) 1 3) p-1

Верный ответ: 3

4.Синус на отрезке от 0 до  $\pi/2$

Ответы:

1. Инъективная функция 2. Биективная 3. Сюръективная

Верный ответ: 2

### II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Задача решена, есть оба ответа

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

*Описание характеристики выполнения знания: Задача решена , есть 1 ответ*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 40*

*Описание характеристики выполнения знания: Задача решена*

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка отлично ставится, если все задания выполнены правильно, студент правильно сформулировал и доказал все теоремы и утверждения