Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Направление подготовки/специальность: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Наименование образовательной программы: Мехатроника и робототехника

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

Оценочные материалы по дисциплине Прикладные методы теории колебаний

Москва
2023

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Преподаватель	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» Сведения о владельце ЦЭП МЭИ Владелец: Панкратьева Г.В. Идентификатор: Rd2a4c31b-PankratyevaGV-74e45d[illegible]	Г.В. Панкратьева
(должность)	(подпись)	(расшифровка подписи)

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель образовательной программы	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» Сведения о владельце ЦЭП МЭИ Владелец: Адамов Б.И. Идентификатор: R2db20bbf-AdamovBI-4e0d2620	Б.И. Адамов
(должность, ученая степень, ученое звание)	(подпись)	(расшифровка подписи)
Заведующий выпускающей кафедры	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» Сведения о владельце ЦЭП МЭИ Владелец: Меркурьев И.В. Идентификатор: Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883[illegible]	И.В. Меркурьев
(должность, ученая степень, ученое звание)	(подпись)	(расшифровка подписи)

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

   ИД-15 Применяет аппарат теории колебаний, в том числе асимптотические методы, для исследования и моделирования динамики мехатронных систем

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. Исследование структуры действующих сил и анализ колебаний системы с двумя степенями свободы (Расчетно-графическая работа)
2. Определение вида решения и анализ устойчивости линейных уравнений колебаний при произвольной структуре действующих сил (Контрольная работа)
3. Параметрические колебания. Уравнение Матье (Домашнее задание)
4. Приводимые нестационарные линейные системы Гейзенберга-Лакса (Контрольная работа)

БРС дисциплины

7 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	8	12	15
Влияние структуры сил на колебания мехатронных систем					
Динамика линейных систем с постоянными коэффициентами		+	+		
Методы анализа нестационарных мехатронных систем. Параметрические колебания					
Динамика линейных систем с периодическими коэффициентами				+	+
	Вес КМ:	25	25	30	20

$Общая часть/Для промежуточной аттестации$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-15$_{ОПК-1}$ Применяет аппарат теории колебаний, в том числе асимптотические методы, для исследования и моделирования динамики мехатронных систем	Знать: принципы построения математических моделей мехатронных систем; основные понятия и алгоритмы теории колебаний и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным теоретические основы теории колебаний и используемого в ней вспомогательного математического аппарата; порядок применения теоретического аппарата в важнейших практических приложениях Уметь: использовать прикладные методы теории колебаний для исследования математических моделей мехатронных систем;	Определение вида решения и анализ устойчивости линейных уравнений колебаний при произвольной структуре действующих сил (Контрольная работа) Исследование структуры действующих сил и анализ колебаний системы с двумя степенями свободы (Расчетно-графическая работа) Приводимые нестационарные линейные системы Гейзенберга-Лакса (Контрольная работа) Параметрические колебания. Уравнение Матье (Домашнее задание)

		самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения практических задач; решать типовые задачи по разделу «Динамика стационарных систем» грамотно применять прикладные методы теории колебаний при анализе математических моделей мехатронных систем; использовать их в технических приложениях; решать типовые задачи по разделу «Динамика нестационарных систем»	

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. Определение вида решения и анализ устойчивости линейных уравнений колебаний при произвольной структуре действующих сил

Формы реализации: Письменная работа
Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа
Вес контрольного мероприятия в БРС: 25
Процедура проведения контрольного мероприятия: В аудитории по индивидуальным заданиям. Время на выполнение задания – 90 минут.

Краткое содержание задания:

Вариант 1
1. Определить структуру сил. Выписать матрицы консервативных и неконсервативных позиционных сил, диссипативных и гироскопических сил. Отметить свойства консервативных и диссипативных сил. $$\ddot{x}+\ddot{y}-\dot{y}-x+y=0,$$ $$\ddot{x}+2\ddot{y}+\dot{x}+\dot{y}-y=0.$$ 2. Провести анализ устойчивости положения равновесия (тривиального решения) системы с консервативными и диссипативными силами. Использовать известные теоремы. Подтвердить выводы с помощью критериев Стодолы и Льенара-Шипара. $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}}+\mathbf{D}\dot{\mathbf{z}}+\mathbf{K}\mathbf{z}=0,\ \mathbf{M}=\begin{pmatrix}3&1\\1&2\end{pmatrix},\ \mathbf{D}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\ \mathbf{K}=\begin{pmatrix}2&1\\1&1\end{pmatrix}.$ 3*. Определить значения параметра k, при которых решение консервативной системы ограничено и не ограничено (указать тип неустойчивости). Не вычисляя корни характеристического уравнения, показать их положение на комплексной плоскости. Записать решение для нормальных координат. $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}}+\mathbf{K}\mathbf{z}=0,\ \mathbf{K}=\begin{pmatrix}k&2\\2&2k\end{pmatrix}.$ 4. Определить значения параметра g гироскопических сил, для которых решение системы ограничено. $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}}+\mathbf{G}\dot{\mathbf{z}}+\mathbf{K}\mathbf{z}=0,\ \mathbf{z}=\begin{pmatrix}z_1\\z_2\end{pmatrix},\ \mathbf{M}=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&2\end{pmatrix},\ \mathbf{G}=\begin{pmatrix}0&-g\\g&0\end{pmatrix},\ \mathbf{K}=\begin{pmatrix}4&2\\2&-3\end{pmatrix}.$ 5. Определить значения параметра g гироскопических сил, для которых решение системы ограничено. $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}}+\mathbf{G}\dot{\mathbf{z}}+\mathbf{K}\mathbf{z}=0,\ \mathbf{z}=\begin{pmatrix}z_1\\z_2\end{pmatrix},\ \mathbf{M}=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&2\end{pmatrix},\ \mathbf{G}=\begin{pmatrix}0&-g\\g&0\end{pmatrix},\ \mathbf{K}=\begin{pmatrix}-4&2\\2&-3\end{pmatrix}.$

Контрольные вопросы/задания:

Знать: принципы построения математических моделей мехатронных систем; основные понятия и алгоритмы теории колебаний и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным	1.Расположение корней характеристического уравнения системы с консервативными силами. Случай устойчивости, чётной и нечётной неустойчивости. 2.Условие ограниченности малых колебаний системы с двумя степенями свободы с консервативными и гироскопическими силами. Гироскопическая стабилизация. Влияние диссипативных сил. 3.Инвариантное представление характеристического уравнения системы с двумя степенями свободы.
Уметь: использовать прикладные методы теории колебаний для исследования математических моделей мехатронных систем; самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения практических задач; решать типовые задачи по разделу «Динамика стационарных систем»	1.Определить условие ограниченности малых колебаний консервативной системы. Критерий Сильвестра. 2.Определить условие ограниченности малых колебаний системы с консервативными и диссипативными силами. Условия Гурвица. Условия Льенара-Шипара. 3.Определить условие ограниченности решения системы с консервативными и гироскопическими силами.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5
Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Поставленная в контрольной работе задача полностью решена. Получены ответы на все поставленные вопросы. Допускаются некоторые непринципиальные неточности в ответах.

Оценка: 4
Нижний порог выполнения задания в процентах: 70
Описание характеристики выполнения знания: Поставленная в контрольной работе задача полностью решена. Получены ответы на почти все поставленные вопросы. В полученных ответах допускаются некоторые непринципиальные неточности.

Оценка: 3
Нижний порог выполнения задания в процентах: 50
Описание характеристики выполнения знания: Поставленная в контрольной работе задача решена. Получены ответы не на все поставленные вопросы. В полученных ответах допускаются непринципиальные неточности.

КМ-2. Исследование структуры действующих сил и анализ колебаний системы с двумя степенями свободы

Формы реализации: Письменная работа
Тип контрольного мероприятия: Расчетно-графическая работа
Вес контрольного мероприятия в БРС: 25
Процедура проведения контрольного мероприятия: Расчетно-графическая работа выполняется как индивидуальное домашнее задание. Изложение результатов работы составляет 5-6 страниц рукописного текста. Срок выполнения расчетного задания три недели.

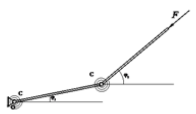
Краткое содержание задания:

Тема: Исследование структуры действующих сил и анализ колебаний системы с двумя степенями свободы.

Расчетное задание выполняется в форме домашнего задания.

I. *Выполнить:*
определить условия, при которых решение системы уравнений малых колебаний линейной системы ограничено.

II. *Исходные данные для задания:*



Система стержней под действием следящей силы

Исследовать характер малых колебаний системы двух стержней одинаковой массы m и длины l под действием следящей постоянной нагрузки F. В точке O первый стержень прикреплен к неподвижному основанию с помощью цилиндрического шарнира, стержни соединены друг с другом с помощью цилиндрического шарнира. В качестве обобщенных координат выбраны углы отклонения стержней от горизонтальной оси.

Кинетическая и потенциальная энергии, а также неконсервативные силы при малых значениях углов имеют вид:

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{4ml^2}{3}\dot\psi^2 + ml^2\dot\psi\dot\varphi + \frac{ml^2}{3}\dot\varphi^2\right),$$

$$\Pi = \frac{c}{2}\left(\psi^2 + (\varphi-\psi)^2\right), \quad Q_\psi = -Fl(\varphi-\psi),\ Q_\varphi = 0.$$

III. *Технология выполнения задания:*
1. Составить уравнения малых колебаний около положения равновесия, определить структуру сил, исследовать устойчивость колебаний системы без трения около положения равновесия.
2. Найти критическое значение F, при котором в системе возникает флаттер.
3. Провести анализ влияния сил трения в шарнирах $Q_\psi^{д} = -d(\dot\psi-\dot\varphi)$, $Q_\varphi^{д} = -d(\dot\varphi-\dot\psi)$, $d > 0$ на критическое значение следящей силы.

Изложение результатов работы составляет 5-6 страниц рукописного текста.

IV. *Срок выполнения расчетного задания*:
три недели.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: принципы построения математических моделей мехатронных систем; основные понятия и алгоритмы теории колебаний и условия, при соблюдении которых их	1.Расположение на комплексной плоскости корней характеристического уравнения системы с двумя степенями свободы с консервативными и неконсервативными позиционными силами. Флаттер, дивергенция. 2.Влияние диссипативных сил на характер колебаний

применение является оправданным	системы с позиционными консервативными и неконсервативными силами.
Уметь: использовать прикладные методы теории колебаний для исследования математических моделей мехатронных систем; самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения практических задач; решать типовые задачи по разделу «Динамика стационарных систем»	1.Определить условия возникновения флаттера в системе с двумя степенями свободы. 2.Записать решение уравнений малых колебаний с неконсервативными силами в случае колебательной неустойчивости (флаттера). 3.Записать решение уравнений малых колебаний устойчивой консервативной системы с двумя степенями свободы при наличии диссипативных сил с полной диссипацией.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5
Нижний порог выполнения задания в процентах: 80
Описание характеристики выполнения знания: Расчетно-графическая работа демонстрирует степень теоретических знаний и умения применять их на практике. Задание выполнено полностью. Оформление расчетных и графических материалов выполнено на высоком уровне. Допускаются непринципиальные неточности в изложении материала.

Оценка: 4
Нижний порог выполнения задания в процентах: 70
Описание характеристики выполнения знания: Расчетно-графическая работа демонстрирует степень теоретических знаний и умения применять их на практике. Задание выполнено полностью. Оформление расчетных и графических материалов выполнено удовлетворительно. Допускаются непринципиальные неточности в изложении материала.

Оценка: 3
Нижний порог выполнения задания в процентах: 50
Описание характеристики выполнения знания: Расчетно-графическая работа демонстрирует степень теоретических знаний и умения применять их на практике. Задание выполнено в большой степени, но не полностью. Оформление расчетных и графических материалов выполнено удовлетворительно. Допускаются неточности в изложении материала.

КМ-3. Приводимые нестационарные линейные системы Гейзенберга-Лакса

Формы реализации: Письменная работа
Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа
Вес контрольного мероприятия в БРС: 30
Процедура проведения контрольного мероприятия: В аудитории по индивидуальным заданиям. Время на выполнение задания – 90 минут.

Краткое содержание задания:

ВАРИАНТ 1

Проверить выполнение условия Гейзенберга-Лакса и построить решение системы уравнений с переменными коэффициентами: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}$, если

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} 6t & 1-6t \\ 1+6t & -6t \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ 2

Проверить выполнение условия Гейзенберга-Лакса и построить решение системы уравнений с переменными коэффициентами: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}$, если

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} 1-\cos 2t & \sin 2t \\ \sin 2t & 1+\cos 2t \end{pmatrix}$$

Контрольные вопросы/задания:

Знать: теоретические основы теории колебаний и используемого в ней вспомогательного математического аппарата; порядок применения теоретического аппарата в важнейших практических приложениях	1.Линейные нестационарные приводимые системы. Преобразование Ляпунова. 2.Свойства линейных нестационарных систем, удовлетворяющих условию Гейзенберга-Лакса.
Уметь: грамотно применять прикладные методы теории колебаний при анализе математических моделей мехатронных систем; использовать их в технических приложениях; решать типовые задачи по разделу «Динамика нестационарных систем»	1. Определить матрицу преобразования $\mathbf{D}$, приводящую систему Гейзенберга-Лакса $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}$ к системе уравнений с постоянными коэффициентами 2. Записать решение однородной системы $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}$ с переменной матрицей, удовлетворяющей условию Гейзенберга-Лакса, если матрица преобразования $\mathbf{D}$, приводящая к системе уравнений с постоянными коэффициентами известна.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5
Нижний порог выполнения задания в процентах: 80
Описание характеристики выполнения знания: При выполнении контрольной работы студент должен продемонстрировать степень теоретических знаний и умения применять их на практике. Задание должно быть выполнено полностью. Допускаются непринципиальные неточности в изложении материала.

Оценка: 4
Нижний порог выполнения задания в процентах: 70
Описание характеристики выполнения знания: При выполнении контрольной работы студент должен продемонстрировать степень теоретических знаний и умения применять их на практике. Допускаются некоторые существенные неточности в изложении материала.

Оценка: 3
Нижний порог выполнения задания в процентах: 50
Описание характеристики выполнения знания: При выполнении контрольной работы студент должен продемонстрировать степень теоретических знаний и умения применять их на практике. Допускаются значительные неточности в изложении материала.

КМ-4. Параметрические колебания. Уравнение Матье

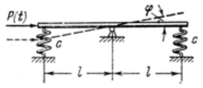
Формы реализации: Письменная работа
Тип контрольного мероприятия: Домашнее задание
Вес контрольного мероприятия в БРС: 20
Процедура проведения контрольного мероприятия: Выполняется как индивидуальное домашнее задание и предполагает использование пакетов математических вычислений. Изложение результатов работы составляет 4-5 страниц рукописного текста. Срок выполнения задания две недели

Краткое содержание задания:

Тема: Параметрические колебания. Параметрический резонанс.

I. *Выполнить:*
определить границы областей параметрического резонанса и исследовать колебания системы при значениях параметров, выбранных из областей устойчивости и неустойчивости

II. *Исходные данные для задания:*



Исследовать параметрические колебания однородного стержня, закрепленного посередине и подвешенного с помощью двух пружин жесткости c под действием горизонтальной периодической силы $P = P_0 \sin \omega t$.
Масса стержня равна m, длина $2l$; $m = 5\,кг$, $P_0 = 1H$, $c = 10^3\,H \cdot м^{-1}$, $l = 0{,}5\,м$.

Ш. *Технология выполнения задания:*
1. Составить уравнение малых колебаний стержня под действием упругих сил и следящей силы P, провести нормализацию, привести уравнение к стандартному виду уравнения Матье $\ddot{\varphi} + (a + h \sin 2\tau)\varphi = 0$.
2. Используя уравнения границ областей устойчивости диаграммы Айтса-Стретта, определить интервал значений частоты изменения ω периодической силы, при которых колебания стержня будут устойчивыми.
3. Численно проинтегрировать уравнение при полученных значениях параметров. Выполнение задания предполагает использование пакетов математических вычислений, изложение результатов работы составляет 4-5 страниц рукописного текста.

IV. *Срок выполнения задания:*
две недели.

Контрольные вопросы/задания:

Знать: теоретические основы теории колебаний и используемого в ней вспомогательного математического аппарата; порядок применения теоретического аппарата в важнейших практических приложениях	1.Системы с периодическими коэффициентами. Теорема Флоке. Теорема Ляпунова. 2.Фундаментальная матрица решений системы с периодическими коэффициентами. Матрица монодромии. Критерий существования периодического и антипериодического решений системы с периодическими коэффициентами. 3.Уравнение Матье. Диаграмма Айнса-Стретта. Параметрические колебания. 4.Маятник с вибрирующей точкой подвеса. Задача Капицы о раскачивании маятника.
Уметь: грамотно применять прикладные методы теории колебаний при анализе математических моделей мехатронных систем; использовать их в технических приложениях; решать типовые задачи по разделу «Динамика нестационарных систем»	1.Нахождение фазового объема для систем с переменными коэффициентами. 2.Определение границ областей параметрического резонанса. 3.Исследование решений системы второго порядка с периодическими коэффициентами.

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5
Нижний порог выполнения задания в процентах: 80
Описание характеристики выполнения знания: Представленная в контрольной работе задача полностью решена. Получены ответы на все поставленные вопросы. Допускаются некоторые непринципиальные неточности в ответах.

Оценка: 4
Нижний порог выполнения задания в процентах: 70
Описание характеристики выполнения знания: Представленная в контрольной работе задача полностью решена. Получены ответы на почти все поставленные вопросы. Допускаются некоторые непринципиальные неточности в ответах.

Оценка: 3
Нижний порог выполнения задания в процентах: 50

Описание характеристики выполнения знания: Представленная в контрольной работе задача решена. Получены ответы не на все поставленные вопросы. Допускаются некоторые неточности в ответах.

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

МЭИ	**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2** **КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА И МЕХАТРОНИКА** **ПРИКЛАДНЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ группа ______**	**Утверждаю:** **Зав. кафедрой** **" " 202 г.**
1. Анализ траекторий корней характеристического уравнения неконсервативной системы с двумя степенями свободы при отсутствии сил, зависящих от скорости. Зоны дивергенции, флаттера и ограниченности колебаний. 2. Задача Матье. Приближенный метод исследования устойчивости. 3. Задача.		

Процедура проведения

Экзамен проводится в устной форме по билетам в виде подготовки и изложения развернутого ответа. Время на выполнение экзаменационного задания и подготовку ответа - 90 минут

I. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-$15_{ОПК-1}$ Применяет аппарат теории колебаний, в том числе асимптотические методы, для исследования и моделирования динамики мехатронных систем

Вопросы, задания

1.Перечень вопросов экзаменационных билетов:

1. Консервативные позиционные силы. Гироскопические силы. Диссипативные силы. Неконсервативные позиционные силы.
2. Инвариантное представление характеристического уравнения системы с двумя степенями свободы.
3. Распределение корней характеристического уравнения системы с двумя степенями свободы на комплексной плоскости. Условия Гурвица. Условия Льенара-Шипара. Условия ограниченности малых колебаний.
4. Параметрическая граница области ограниченности малых колебаний. Линейчатая поверхность «зонтик Уитни».
5. Система с позиционными силами при отсутствии сил, зависящих от скорости. Исследование критического случая наличия кратных чисто мнимых корней.
6. Построение области ограниченности малых колебаний системы с позиционными силами и малыми силами, зависящими от скорости. Отсутствие непрерывного предельного перехода. «Зонтик Уитни» в пространстве скоростных параметров. Достаточные условия ограниченности малых колебаний.
7. Определение критической величины следящей силы в задаче о колебаниях упругого двухзвенника (Задача Циглера). Влияние диссипативной силы. Сравнение области

ограниченности малых колебаний двухзвенника при наличии и отсутствии трения в шарнирах.
8. Анализ траекторий корней характеристического уравнения неконсервативной системы с двумя степенями свободы при отсутствии сил, зависящих от скорости. Зоны дивергенции, флаттера и ограниченности колебаний.
9. Геометрическое представление зон дивергенции, флаттера и ограниченности колебаний в пространстве коэффициентов характеристического уравнения неконсервативной системы при отсутствии сил, зависящих от скорости.
10. Фундаментальная матрица решений однородной системы уравнений. Импульсная переходная матрица. Вид общего решения уравнений динамики управляемой линейной нестационарной машины.
11. Кинематически подобные матрицы. Матрицы Ляпунова. Преобразования Ляпунова. Приводимые системы уравнений.
12. Теорема Еругина о необходимых и достаточных условиях приводимости системы уравнений в терминах фундаментальных матриц. Теорема Флоке о представлении фундаментальной матрицы системы уравнений с периодическими коэффициентами.
13. Теорема Ляпунова о приводимости систем дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами.
14. Условие Гейзенберга-Лакса. Матричный коммутатор. L-A пара с постоянной матрицей L. Обертывающее преобразование. Изоспектральность матрицы A(t). Роль матрицы L в описании временной эволюции модальных столбцов матрицы A(t). Методы нахождения матрицы L.
15. Использование условия Гейзенберга-Лакса в задачах динамики машин, описываемых нестационарной системой дифференциальных уравнений второго порядка.
16. Задача динамики материальной точки в центральном гравитационном поле. Физический смысл преобразования приведения.
17. Гировертикаль с вращающимися сосудами. Прецессионная постановка задачи.
18. Гировертикаль с вращающимися сосудами. Условия устойчивости тривиального решения (местной вертикали).
19. Решение системы уравнений с почти постоянной матрицей. Теорема А.М.Ляпунова. Лемма Гронуолла-Беллмана. Пример Л.Чезари.
20. Двусторонняя оценка Важевского. Устойчивость по Ляпунову.
21. Описание движения твердого тела около неподвижной точки. Углы Эйлера.
22. Перманентные вращения и регулярные прецессии как множество решений, невозмущенных по Ляпунову. Система уравнений возмущенного движения для регулярных прецессий волчка Лагранжа. Условие Майевского устойчивости вращения волчка Лагранжа
23. Фазовый объем. Нахождение фазового объема для систем с постоянными коэффициентами. Фазовый объем. Нахождение фазового объема для систем с переменными коэффициентами.
24. Системы с периодическими коэффициентами. Теорема Флоке. Теорема Ляпунова.
25. Системы с периодическими коэффициентами. Матрица монодромии. Мультипликаторы. Критерий существования периодического и антипериодического решений системы с периодическими коэффициентами.
26. Исследование решений системы второго порядка с периодическими коэффициентами. Уравнение Матье. Диаграмма Айнса-Стретта. Маятник с вибрирующей точкой подвеса. Задача Капицы о раскачивании маятника. Параметрические колебания.
27. Системы с частотой, изменяющейся по закону прямоугольного синуса. Матрица монодромии. Мультипликаторы. Условие резонанса.

Материалы для проверки остаточных знаний

1. При каких значениях параметра k колебания консервативной системы будут ограниченными, если матрица консервативных сил

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k & 2 \\ 2 & 2k \end{pmatrix}$$

Ответы:

а	б	в	г
$k \in (\sqrt{2}, \infty)$	$k \in (-2, 2)$	$k \in (0, \sqrt{2})$	$k \in (-\infty, -\sqrt{2})$

Верный ответ: а

2. Можно ли подобрать такие значения параметра g гироскопических сил, чтобы колебания в системе с консервативными и гироскопическими силами были ограниченными, если матрица консервативных сил

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Ответы:

а) да

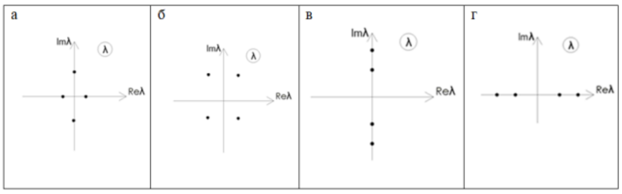
б) да, так как консервативная система неустойчивая, определитель матрицы консервативных положителен, неустойчивость чётная

в) нет

Верный ответ: б)

3. Какое расположение на комплексной плоскости корней характеристического уравнения системы с двумя степенями свободы с позиционными силами возможно при флаттере

Ответы:



Верный ответ: б

4. Сформулируйте условие Гейзенберга-Лакса, которому должна удовлетворять матрица $\mathbf{A}(t)$ системы уравнений $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}$, чтобы замена переменных $\mathbf{x} = \mathbf{L}\mathbf{y}$ с постоянной матрицей $\mathbf{L}$ приводила к системе с постоянными коэффициентами

Ответы:

а	б	в	г
$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{A}\exp(\mathbf{L}t)$	$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{LA} - \mathbf{AL}$	$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{AL}$	$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{AL} - \mathbf{LA}$

Верный ответ: б

5. Покажите, что для матриц, удовлетворяющих условию Гейзенберга-Лакса, выполняется соотношение $\mathbf{A}(t) = \exp(\mathbf{L}t)\mathbf{A}(0)\exp(-\mathbf{L}t)$.

Ответы:

Доказательство выполняется непосредственным дифференцированием данного соотношения с использованием условия Гейзенберга-Лакса.

6. Дайте определение матрицы монодромии системы с периодическими коэффициентами

Ответы:

1. Матрица монодромии $\mathbf{C} = \mathbf{A}(T)$, где $\mathbf{A}(T)$ – матрица системы с периодическими коэффициентами периода T.
2. Матрица монодромии $\mathbf{C} = \mathbf{Z}(T)$, где $\mathbf{Z}(T)$ – фундаментальная матрица решений системы с периодическими коэффициентами периода T.
3. Матрица монодромии равна $\mathbf{C} = \exp(\mathbf{A}(T))$, где $\mathbf{A}(T)$ – матрица системы с периодическими коэффициентами периода T.

Верный ответ: 2

7. Какое из определений мультипликаторов системы с периодическими коэффициентами верное?

Ответы:

1. Диагональные элементы матрицы монодромии.
2. Значения диагональных миноров матрицы монодромии.
3. Корни характеристического уравнения матрицы монодромии.

Верный ответ: 3

8. Какому условию должен удовлетворять след матрицы монодромии $\mathrm{Tr}(\mathbf{C})$ системы второго порядка с периодическими коэффициентами и матрицей с нулевым следом, чтобы решения системы были ограничены

Ответы:

а	б	в	г	д
$\mathrm{Tr}(\mathbf{C})>0$	$\lvert\mathrm{Tr}(\mathbf{C})\rvert=2$	$\mathrm{Tr}(\mathbf{C})=0$	$\lvert\mathrm{Tr}(\mathbf{C})\rvert<2$	$\lvert\mathrm{Tr}(\mathbf{C})\rvert>2$

Верный ответ: б, г

9.Выберите правильные утверждения

Ответы:

1. Фазовый объём равен следу матрицы $\mathbf{A}(t)$ коэффициентов системы.
2. Фазовый объём равен определителю матрицы $\mathbf{A}(t)$ системы.
3. Фазовый объём равен следу матрицы фундаментальных решений.
4. Фазовый объём равен определителю матрицы фундаментальных решений.
5. Производная фазового объёма равна следу матрицы коэффициентов системы.
6. Производная фазового объёма равна нулю, если след матрицы $\mathbf{A}(t)$ системы равен нулю.
7. Фазовый объём системы с периодическими коэффициентами и нулевым следом матрицы $\mathbf{A}(t)$ равен матрице монодромии.

Верный ответ: 4, 6, 7

10.Дайте определение преобразования Ляпунова

Ответы:

Линейное преобразование $\mathbf{z}=\mathbf{L}(t)\mathbf{y}$ называют преобразованием Ляпунова, а матрицу $\mathbf{L}(t)$ матрицей Ляпунова, если матрица $\mathbf{L}(t)$ имеет непрерывную ограниченную производную и строго отличный от нуля определитель.

11.Сформулируйте теорему Еругина о приводимости системы с переменными коэффициентами

Ответы:

Линейная нестационарная система приводима тогда и только тогда, когда фундаментальная матрица решений $\mathbf{Z}(t)$ может быть представлена в виде $\mathbf{Z}(t)=\mathbf{L}(t)\mathbf{exp}(\mathbf{B}t)$, где $\mathbf{L}(t)$ матрица Ляпунова, $\mathbf{B}$ постоянная матрица.

12. Опишите характеристики параметрического резонанса, возникающего в системах описываемых уравнением Матье $x''+\Omega^2(1+\varepsilon\cos\omega t)=0$, где ε – глубина модуляции, Ω – собственная частота, ω – частота модуляции

Ответы:

1. Параметрический резонанс может возникать только при ненулевых начальных условиях.
2. При параметрическом резонансе амплитуда колебаний нарастает со временем по линейному закону.
3. Возможно возникновение параметрического резонанса при нулевых начальных условиях.
4. При параметрическом резонансе амплитуда колебаний нарастает со временем по экспоненте.
5. Параметрический резонанс возникает только тогда, когда частота модуляции равна частоте невозмущённой системы.
6. При малой глубине модуляции параметрический резонанс возникает, когда период модуляции близок к значениям, кратным половине периода собственных колебаний.

Верный ответ: 1, 4, 6

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Всестороннее систематическое глубокое знание материала

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70
Описание характеристики выполнения знания: Полное систематическое знание предмета при допущении непринципиальных ошибок

Оценка: 3
Нижний порог выполнения задания в процентах: 50
Описание характеристики выполнения знания: Знание материала в объеме необходимом для дальнейшей учебы и работы по профессии

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Итоговая оценка по курсу определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих