

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Наименование образовательной программы: Мехатроника и робототехника

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОГО**  
**МОДЕЛИРОВАНИЯ В МЕХАНИКЕ**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Обязательная</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.О.31</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>8 семестр - 3;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>108 часов</b>
<b>Лекции</b>	<b>8 семестр - 36 часа;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>8 семестр - 12 часов;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>8 семестр - 2 часа;</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>8 семестр - 57,5 часа;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> <b>Контрольная работа</b> <b>Решение задач</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	<b>8 семестр - 0,5 часа;</b>

**Москва 2021**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

**Преподаватель**

(должность)

	<b>Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»</b>	
	<b>Сведения о владельце ЦЭП МЭИ</b>	
	Владелец	Маслов А.Н.
	Идентификатор	Rf8f2f741-MaslovAN-736ea3ef

(подпись)

**А.Н. Маслов**

(расшифровка подписи)

**СОГЛАСОВАНО:**

**Руководитель образовательной программы**

(должность, ученая степень, ученое звание)

	<b>Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»</b>	
	<b>Сведения о владельце ЦЭП МЭИ</b>	
	Владелец	Адамов Б.И.
	Идентификатор	R2db20bbf-AdamovBI-4e0d2620

(подпись)

**Б.И. Адамов**

(расшифровка подписи)

**Заведующий выпускающей кафедры**

(должность, ученая степень, ученое звание)

	<b>Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»</b>	
	<b>Сведения о владельце ЦЭП МЭИ</b>	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883f

(подпись)

**И.В. Меркурьев**

(расшифровка подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** Изучение численных методов инженерных расчётов и сопутствующего математического аппарата, применяемых при решении задач механики, а также освоение способов построения и компьютерной реализации математических моделей механических систем.

### Задачи дисциплины

- Изучение основных понятий, концепций и алгоритмов компьютерного моделирования робототехнических и мехатронных систем, а также применяемых при этом численных методов.;
- Овладение важнейшими методами решения прикладных задач в области вычислительной механики и математического моделирования.;
- Формирование устойчивых навыков по применению арсенала методов вычислительной механики и математического моделирования при научном анализе ситуаций, с которыми инженеру приходится сталкиваться в ходе создания новой техники и новых технологий.;
- Ознакомление с историей и логикой развития вычислительной механики и компьютерного моделирования..

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ИД-5 <sub>ОПК-1</sub> Применяет математический аппарат численных методов	знать: - Алгоритмы интерполяции алгебраическими многочленами. ; - Алгоритмы численного решения дифференциальных уравнений приведенных к форме Коши..  уметь: - Разрабатывать программное обеспечение для синтеза уравнений движения и анализа динамики многозвенных механизмов и манипуляторов..
ОПК-4 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ИД-1 <sub>ОПК-4</sub> Использует современные языки и системы программирования для решения профессиональных задач	знать: - Алгоритмы численного дифференцирования..  уметь: - Реализовывать алгоритмы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием современных программных пакетов. ; - Реализовывать алгоритмы полиномиальной интерполяции с использованием современных программных пакетов..
ОПК-4 Способен понимать принципы работы современных	ИД-2 <sub>ОПК-4</sub> Применяет современные математические пакеты для	знать: - Алгоритмы численного интегрирования..

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	моделирования и исследования динамики систем, управляемого движения мехатронных и робототехнических устройств	<p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Разрабатывать программное обеспечение для синтеза уравнений движения и анализа динамики многозвенных механизмов и манипуляторов.;</li> <li>- Реализовывать алгоритмы численного дифференцирования и интегрирования с использованием современных программных пакетов..</li> </ul>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Мехатроника и робототехника (далее – ОПОП), направления подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать Линейную алгебру и аналитическую геометрию
- знать Математический анализ
- знать Высшую математику
- знать Информатику
- знать Дискретную математику
- знать Вычислительную механику
- уметь Работать со списками данных.
- уметь Создавать программу для выполнения расчетов в математических пакетах.
- уметь Применять циклические формы алгоритмов с остановом.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Интерполяция алгебраическими многочленами.	19	8	10	-	3	-	-	-	-	-	6	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Интерполяция алгебраическими многочленами."  <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Интерполяция алгебраическими многочленами. и подготовка к контрольной работе  <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания ориентированы на решения минизадоч по разделу "Интерполяция алгебраическими многочленами.". Студенты необходимо повторить теоретический материал, разобрать примеры решения аналогичных задач. провести расчеты по варианту задания и сделать выводы. В качестве задания используются следующие упражнения:  <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b>                      [1], п.11.1-11.9                      [2], стр. 33-45</p>
1.1	Интерполяция алгебраическими многочленами.	19		10	-	3	-	-	-	-	-	6	-	
2	Численное дифференцирование.	15		6	-	3	-	-	-	-	-	6	-	
2.1	Численное дифференцирование.	15		6	-	3	-	-	-	-	-	6	-	

													контрольной работе <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания ориентированы на решения минизадч по разделу "Численное дифференцирование.". Студенты необходимо повторить теоретический материал, разобрать примеры решения аналогичных задач. провести расчеты по варианту задания и сделать выводы. В качестве задания используются следующие упражнения: <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], п.12 [2], стр. 80-84
3	Численное интегрирование.	17	8	-	3	-	-	-	-	-	6	-	<b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Численное интегрирование." <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Численное интегрирование. и подготовка к контрольной работе <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания ориентированы на решения минизадч по разделу "Численное интегрирование.". Студенты необходимо повторить теоретический материал, разобрать примеры решения аналогичных задач. провести расчеты по варианту задания и сделать выводы. В качестве задания используются следующие упражнения: <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], п.13 [2], стр. 97-110
3.1	Численное интегрирование.	17	8	-	3	-	-	-	-	-	6	-	<b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Численные методы решения задачи Коши." <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Численные
4	Численные методы решения задачи Коши.	21	12	-	3	-	-	-	-	-	6	-	<b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Численные методы решения задачи Коши."
4.1	Численные методы решения задачи Коши.	21	12	-	3	-	-	-	-	-	6	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Численные

													методы решения задачи Коши. и подготовка к контрольной работе <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания ориентированы на решения минизаданий по разделу "Численные методы решения задачи Коши.". Студенты необходимо повторить теоретический материал, разобрать примеры решения аналогичных задач. провести расчеты по варианту задания и сделать выводы. В качестве задания используются следующие упражнения: <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], п.14.1-14.6 [2], стр. 269-287
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	108.0	36	-	12	-	2	-	-	0.5	24	33.5	
	Итого за семестр	108.0	36	-	12		2		-	0.5		57.5	

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Интерполяция алгебраическими многочленами.

#### 1.1. Интерполяция алгебраическими многочленами.

Интерполяционный многочлен Лагранжа. Различные формы записи интерполяционного многочлена Лагранжа.. Лемма об остаточном члене интерполяционного многочлена Лагранжа. Оценки для погрешности интерполяции по Лагранжу.. Теорема о представлении многочлена в форме Ньютона. Разделённые разности и порядок их вычисления (случай простых узлов).. Теорема о коэффициентах представления многочлена в форме Ньютона. Интерполяционный многочлен Лагранжа в форме Ньютона.. Явная формула для разделённой разности. Свойства разделённых разностей. Лемма о делении на линейный множитель.. Разделённые разности и интерполяционный многочлен Ньютона в случае кратных узлов. Постановка задачи интерполяции с кратными узлами.. Интерполяция по Эрмиту. Задача кубической интерполяции по Эрмиту и её решение. Погрешность кубической интерполяции по Эрмиту.. Функции Кунса и их применение при построении программного движения манипулятора. Проблема сходимости последовательности интерполяционных многочленов Лагранжа..

### 2. Численное дифференцирование.

#### 2.1. Численное дифференцирование.

Формулы численного дифференцирования (ФЧД). Теорема об остаточном члене ФЧД.. Двухточечные и трёхточечные ФЧД для первой производной, их порядок точности.. Трёхточечные ФЧД для второй производной, их порядок точности.. Правило Рунге практической оценки погрешности; первая и вторая формулы Рунге.. Вычислительная погрешность ФЧД; выбор шага при численном дифференцировании..

### 3. Численное интегрирование.

#### 3.1. Численное интегрирование.

Элементарные и составные квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона – Котеса.. Простейшие квадратурные формулы Ньютона – Котеса (формулы левых прямоугольников, трапеций, Симпсона) и оценки погрешности этих квадратурных формул.. Лемма о погрешности формул Ньютона – Котеса с нечётным числом узлов. Адаптивные процедуры численного интегрирования. Квадратурные формулы Гаусса..

### 4. Численные методы решения задачи Коши.

#### 4.1. Численные методы решения задачи Коши.

Явные и неявные конечноразностные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.. Лемма о коэффициентах типового разностного уравнения. Простейшие примеры конечноразностных методов (явный и неявный методы Эйлера, правило средней точки, правило трапеций).. Порядок аппроксимации конечноразностного метода. Локальная погрешность конечноразностного метода и её связь с погрешностью аппроксимации в случае явных методов.. Устойчивость конечноразностного метода на конечном отрезке. Первый характеристический многочлен конечноразностного метода; корневое условие.. Глобальная погрешность конечноразностного метода. Теорема о сходимости конечноразностного метода.. Особенности реализации неявных методов; схема “предиктор – корректор”.. Явные методы второго порядка точности (метод Хойна, метод Рунге).. Общая формулировка явных методов Рунге – Кутты; таблица Батчера. Примеры явных методов Рунге – Кутты. Порядковые барьеры Батчера.. Вложенные методы Рунге –



Кутты. Теорема об условиях Мерсона для вложенных методов Рунге – Кутты. Методы Dormana–Принса.. Управление длиной шага для вложенных методов Рунге – Кутты. Способы получения значений решения задачи Коши в промежуточных точках; непрерывные расширения методов Рунге – Кутты..

### **3.3. Темы практических занятий**

1. Интерполяция многочленами (3 часа).
2. Функции численного дифференцирования (3 часа).
3. Квадратурные формулы. Формулы Ньютона-Котеса и Гаусса (3 часа).
4. Численное решение задачи Коши (3 часа)..

### **3.4. Темы лабораторных работ**

не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)				Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	
<b>Знать:</b>						
Алгоритмы численного решения дифференциальных уравнений приведенных к форме Коши.	ИД-5 <sub>ОПК-1</sub>				+	Контрольная работа/КР №4. Численное решение задачи Коши
Алгоритмы интерполяции алгебраическими многочленами.	ИД-5 <sub>ОПК-1</sub>	+				Решение задач/ИДЗ №1. Уравнения движения рабочей точки робота-манипулятора Контрольная работа/КР №1. Интерполяционный многочлен Ньютона
Алгоритмы численного дифференцирования.	ИД-1 <sub>ОПК-4</sub>		+			Контрольная работа/КР №2. Функции численного дифференцирования
Алгоритмы численного интегрирования.	ИД-2 <sub>ОПК-4</sub>			+		Решение задач/ИДЗ №2. Квадратурные формулы Контрольная работа/КР №3. Формулы Ньютона - Котеса и Гаусса
<b>Уметь:</b>						
Разрабатывать программное обеспечение для синтеза уравнений движения и анализа динамики многосвязных механизмов и манипуляторов.	ИД-5 <sub>ОПК-1</sub>			+		Решение задач/ИДЗ №2. Квадратурные формулы Контрольная работа/КР №3. Формулы Ньютона - Котеса и Гаусса
Реализовывать алгоритмы полиномиальной интерполяции с использованием современных программных пакетов.	ИД-1 <sub>ОПК-4</sub>	+				Контрольная работа/КР №1. Интерполяционный многочлен Ньютона
Реализовывать алгоритмы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием современных программных пакетов.	ИД-1 <sub>ОПК-4</sub>				+	Контрольная работа/КР №4. Численное решение задачи Коши
Реализовывать алгоритмы численного дифференцирования и	ИД-2 <sub>ОПК-4</sub>	+				Решение задач/ИДЗ №1. Уравнения

интегрирования с использованием современных программных пакетов.					движения рабочей точки робота-манипулятора
Разрабатывать программное обеспечение для синтеза уравнений движения и анализа динамики многосвязных механизмов и манипуляторов.	ИД-2ОПК-4		+		Контрольная работа/КР №2. Функции численного дифференцирования

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**8 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. ИДЗ №1. Уравнения движения рабочей точки робота-манипулятора (Решение задач)
2. ИДЗ №2. Квадратурные формулы (Решение задач)
3. КР №1. Интерполяционный многочлен Ньютона (Контрольная работа)
4. КР №2. Функции численного дифференцирования (Контрольная работа)
5. КР №3. Формулы Ньютона - Котеса и Гаусса (Контрольная работа)
6. КР №4. Численное решение задачи Коши (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

Экзамен (Семестр №8)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

В диплом выставляется оценка за 8 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. - "Вычислительные методы", (4-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2022 - (672 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/211463>;
2. Калиткин, Н. Н. Численные методы : учебное пособие для вузов / Н. Н. Калиткин ; Ред. А. А. Самарский . - 2-е изд . - СПб. : БХВ-Петербург, 2014 . - 592 с. - (Учебная литература для вузов) . - ISBN 978-5-9775-0500-0 ..

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Майнд Видеоконференции;
5. Acrobat Reader;
6. Scilab;
7. GNU Octave.

### **5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:**

1. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" -  
[http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)

2. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
3. База данных Web of Science - <http://webofscience.com/>
4. База данных Scopus - <http://www.scopus.com>
5. Журнал Science - <https://www.sciencemag.org/>
6. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	С-215, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	Б-415, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	С-215, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
	С-213, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	Б-415, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
	Б-411, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
	С-200, Компьютерный класс каф. "РМДиПМ"	стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, компьютер персональный
Помещения для консультирования	С-218, Кабинет сотрудников	стол, стул, компьютер персональный
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	С-114/1, Массажная	

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Вычислительные методы компьютерного моделирования в механике

(название дисциплины)

#### 8 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 КР №1. Интерполяционный многочлен Ньютона (Контрольная работа)
- КМ-2 КР №2. Функции численного дифференцирования (Контрольная работа)
- КМ-3 ИДЗ №1. Уравнения движения рабочей точки робота-манипулятора (Решение задач)
- КМ-4 КР №3. Формулы Ньютона - Котеса и Гаусса (Контрольная работа)
- КМ-5 ИДЗ №2. Квадратурные формулы (Решение задач)
- КМ-6 КР №4. Численное решение задачи Коши (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5	КМ-6
		Неделя КМ:	4	6	8	9	11	12
1	Интерполяция алгебраическими многочленами.							
1.1	Интерполяция алгебраическими многочленами.		+		+			
2	Численное дифференцирование.							
2.1	Численное дифференцирование.			+				
3	Численное интегрирование.							
3.1	Численное интегрирование.					+	+	
4	Численные методы решения задачи Коши.							
4.1	Численные методы решения задачи Коши.							+
Вес КМ, %:			15	15	20	15	15	20