

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Наименование образовательной программы: Мехатроника и робототехника

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная


**Рабочая программа дисциплины**  
**ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ И ДИНАМИКА МАШИН**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Часть, формируемая участниками образовательных отношений</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.Ч.04</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>5 семестр - 4; 6 семестр - 4; всего - 8</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>288 часа</b>
<b>Лекции</b>	<b>5 семестр - 32 часа; 6 семестр - 28 часа; всего - 60 часов</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>5 семестр - 16 часов; 6 семестр - 14 часов; всего - 30 часов</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>5 семестр - 2 часа; 6 семестр - 16 часов; всего - 18 часов</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>5 семестр - 93,5 часа; 6 семестр - 81,2 часа; всего - 174,7 часа</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>6 семестр - 4 часа;</b>
<b>включая:</b> Контрольная работа Домашнее задание Расчетно-графическая работа	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	<b>5 семестр - 0,5 часа;</b>
<b>Защита курсовой работы</b>	<b>6 семестр - 0,3 часа;</b>
<b>Экзамен</b>	<b>6 семестр - 0,5 часа;</b>
	<b>всего - 1,3 часа</b>

**Москва 2023**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**


Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Астахов С.В.
	Идентификатор	R6212576b-AstakhovSV-34da3f0e

С.В. Астахов

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Адамов Б.И.
	Идентификатор	R2db20bbf-AdamovBI-4e0d2620

Б.И. Адамов

Заведующий выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883c

И.В. Меркурьев

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** является изучение методов теории колебаний, выработка навыков математического моделирования сложных технических систем и овладение основными алгоритмами исследования колебаний.

### Задачи дисциплины

- изучение основных понятий, концепций и методов исследований теории колебаний;
- овладение алгоритмами математического моделирования механических явлений;
- приобретение устойчивых навыков по применению основных методов теории колебаний при научном анализе ситуаций, с которыми специалисту приходится сталкиваться в ходе создания новой техники и новых технологий;
- ознакомление с историей и логикой развития теории колебаний.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
РПК-2 Способен использовать современные методы исследования и моделирования динамики мехатронных систем	ИД-1 <sub>РПК-2</sub> Применяет аппарат теории колебаний для исследования динамики мехатронных систем	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- основные принципы анализа собственных колебаний консервативных систем;</li><li>- основные понятия и критерии управляемости линейных систем;</li><li>- основные понятия и критерии теории устойчивости линейных систем;</li><li>- основные принципы анализа вынужденных колебаний консервативных систем.</li></ul> <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- строить решение линейных однородных систем дифференциальных уравнений по методу Булгакова;</li><li>- записывать уравнения собственных колебаний консервативных систем, строить их решение и выполнять анализ характера колебаний;</li><li>- записывать линейное с постоянными коэффициентами дифференциальное уравнение малых колебаний около положения равновесия механической системы и строить его решение с использованием метода Хевисайда;</li><li>- выполнять анализ асимптотической устойчивости положения равновесия;</li><li>- выполнять анализ управляемости малыми колебаниями около положения равновесия;</li><li>- записывать линейные с постоянными коэффициентами системы дифференциальных уравнений малых колебаний около положения равновесия</li></ul>

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
		механической системы и строить их решение с использованием матричной экспоненты; - записывать уравнения вынужденных колебаний консервативных механических систем и строить их решение с использованием типовых методик.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Мехатроника и робототехника (далее – ОПОП), направления подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать основы линейной алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений
- знать основные понятия и концепции теоретической механики, важнейшие теоремы механики и их следствия, принципы построения математических моделей робототехнических и мехатронных систем
- знать методы исследования равновесия и движения робототехнических и мехатронных систем
- уметь составлять уравнения равновесия и движения робототехнических и мехатронных систем
- уметь применять математические методы в ходе решения практических задач
- уметь пользоваться современным математическим обеспечением для инженерных расчётов

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Собственные и вынужденные линейные колебания, описываемые одним дифференциальным уравнением. Операторный метод Хевисайда, теорема Коши	34	5	10	-	4	-	-	-	-	-	20	-	<p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу "Собственные и вынужденные линейные колебания, описываемые одним дифференциальным уравнением. Операторный метод Хевисайда, теорема Коши" и подготовка к контрольной работе</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Собственные и вынужденные линейные колебания, описываемые одним дифференциальным уравнением. Операторный метод Хевисайда, теорема Коши" материалу. Студенту необходимо разобрать примеры выполнения подобных заданий. Проблемы, возникшие при выполнении домашнего задания, разбираются на практических занятиях</p> <p><b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение лекционного материала и материала практических занятий по разделу "Собственные и вынужденные линейные колебания, описываемые одним дифференциальным уравнением. Операторный метод Хевисайда, теорема Коши" подготовка к выполнению заданий на</p>
1.1	Собственные и вынужденные линейные колебания, описываемые одним дифференциальным уравнением. Операторный метод Хевисайда, теорема Коши	34		10	-	4	-	-	-	-	-	20	-	

													практических занятиях <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 71-76, 78-94 [6], стр. 34-70 [7], стр. 648-657
2	Элементы теории устойчивости линейных систем	36	10	-	6	-	-	-	-	-	20	-	<b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> В рамках расчетного задания студент решает задачу позиционирования плоского манипулятора в заданном положении и выполняет анализ условий асимптотической устойчивости положения равновесия. Задание выполняется по индивидуальным вариантам
2.1	Элементы теории устойчивости линейных систем	36	10	-	6	-	-	-	-	-	20	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Повторение материалов практических занятий по разделу "Элементы теории устойчивости линейных систем" и подготовка к контрольной работе "Исследование асимптотической устойчивости тривиального решения систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами" <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Элементы теории устойчивости линейных систем" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], стр. 86-90 [3], стр. 383-385 [6], стр. 12-34, 148-157 [8], стр. 35-40
3	Колебания систем с конечным числом степеней свободы	38	12	-	6	-	-	-	-	-	20	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Повторение материалов лекций и практических занятий. Выполнение индивидуального домашнего задания
3.1	Колебания систем с конечным числом степеней свободы	38	12	-	6	-	-	-	-	-	20	-	"Матричная экспонента, решение систем линейных уравнений с постоянными

														коэффициентами". Проверка домашнего задания проводится по представленным письменным работам <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Колебания систем с конечным числом степеней свободы" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [8], стр. 26-30, 33-35
	Экзамен	36.0		-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	144.0		32	-	16	-	2	-	-	0.5	60	33.5	
	Итого за семестр	144.0		32	-	16	2		-		0.5		93.5	
4	Управляемые линейные системы	18	6	6	-	2	-	-	-	-	-	10	-	<b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение литературы
4.1	Управляемые линейные системы	18		6	-	2	-	-	-	-	-	10	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Повторение материалов лекций и практических занятий по разделу "Управляемые линейные системы" и подготовка к контрольной работе "Исследование управляемости линейных систем с постоянными коэффициентами" <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> В рамках расчетного задания студент выполняет анализ управляемости в малом переходного процесса в задаче позиционирования манипулятора. Задание выполняется по индивидуальным вариантам <b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материалов лекций и практических занятий. Подготовка к тестированию по теме "Критерии управляемости линейных систем" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], стр. 201-203 [8], стр. 56-60

													[9], с. 13-39
5	Структура полиномиальных матриц, метод Булгакова решения систем линейных дифференциальных уравнений	18	6	-	4	-	-	-	-	-	8	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу "Структура полиномиальных матриц, метод Булгакова решения систем линейных дифференциальных уравнений" и подготовка к контрольной работе "Решение по методу Булгакова однородных систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами"
5.1	Структура полиномиальных матриц, метод Булгакова решения систем линейных дифференциальных уравнений	18	6	-	4	-	-	-	-	-	8	-	<b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала лекций и практических занятий по разделу "Структура полиномиальных матриц, метод Булгакова решения систем линейных дифференциальных уравнений" и подготовка к выполнению заданий на практических занятиях
6	Собственные колебания консервативных систем	18	6	-	4	-	-	-	-	-	8	-	<b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Собственные колебания консервативных систем"
6.1	Собственные колебания консервативных систем	18	6	-	4	-	-	-	-	-	8	-	<b><u>Подготовка курсовой работы:</u></b> Выполнение первой части курсовой работы: "Собственные колебания консервативной системы". В первой части курсовой работы студент составляет уравнения малых колебаний заданной механической системы и строит их решение. Задания индивидуальные <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу и подготовка к контрольной работе "Собственные колебания консервативных линейных систем". <b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала лекций и практических занятий и подготовка к тесту



														<p>"Консервативные системы. Инерционная матрица и матрица жесткостей"  <u>Изучение материалов литературных источников:</u>  [1], стр. 103-109, 119-122, 126-129  [3], стр. 355-360  [4], стр. 3-7  [5], стр. 3-8  [7], стр. 641-648, 661-665, 673-675</p>
7	Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний	18	6	-	2	-	-	-	-	-	10	-	<p><u>Подготовка домашнего задания:</u>  Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний" материалу. Проверка домашнего задания проводится по представленным письменным работам</p>	
7.1	Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний	18	6	-	2	-	-	-	-	-	10	-	<p><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u> Изучение дополнительного материала по разделу "Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний"  <u>Подготовка курсовой работы:</u> Выполнение второй части курсовой работы: "Вынужденные колебания консервативной системы". Во второй части курсовой работы студент выполняет анализ вынужденных колебаний консервативной системы в случае гармонического возбуждения. Задания индивидуальные  <u>Изучение материалов литературных источников:</u>  [3], стр. 361-362  [5], стр. 11-14  [6], стр. 91-100  [7], стр. 683-685</p>	
8	Теоремы о частотном	17.7	4	-	2	-	-	-	-	-	11.7	-	<p><u>Подготовка курсовой работы:</u> Выполнение</p>	

	спектре консервативной системы												третьей части курсовой работы: "Теоремы о частотном спектре консервативной системы". В третьей части курсовой работы студент строит по известной методике оценки квадрата первой собственной частоты и проводит анализ парциальных колебаний системы. Задания индивидуальные	
8.1	Теоремы о частотном спектре консервативной системы	17.7		4	-	2	-	-	-	-	-	11.7	-	<b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Теоремы о частотном спектре консервативной системы" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 146-151 [5], стр. 9-11
	Экзамен	36.0		-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Курсовая работа (КР)	18.3		-	-	-	14	-	4	-	0.3	-	-	
	<b>Всего за семестр</b>	<b>144.0</b>		<b>28</b>	<b>-</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>0.8</b>	<b>47.7</b>	<b>33.5</b>	
	<b>Итого за семестр</b>	<b>144.0</b>		<b>28</b>	<b>-</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>4</b>	<b>0.8</b>		<b>81.2</b>			
	<b>ИТОГО</b>	<b>288.0</b>	<b>-</b>	<b>60</b>	<b>-</b>	<b>30</b>	<b>18</b>	<b>4</b>	<b>1.3</b>		<b>174.7</b>			

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### **3.2 Краткое содержание разделов**

#### 1. Собственные и вынужденные линейные колебания, описываемые одним дифференциальным уравнением. Операторный метод Хевисайда, теорема Коши

1.1. Собственные и вынужденные линейные колебания, описываемые одним дифференциальным уравнением. Операторный метод Хевисайда, теорема Коши

Предмет теории колебаний. Постановка задачи динамики машин. Операторная форма записи линейного дифференциального уравнения, оператор, обратный дифференциальному оператору. Характеристическое уравнение линейного дифференциального оператора. Лемма о коммутировании дифференциального оператора и экспоненты. Метод Хевисайда решения линейного дифференциального уравнения произвольного порядка. Весовая функция линейного дифференциального уравнения, весовая функция для системы второго порядка. Случаи действительных различных, действительных совпадающих и комплексных корней характеристического уравнения. Теорема Коши о решении неоднородного дифференциального уравнения. Интеграл Дюамеля. Свертка. Вынужденные колебания стрелы мостового крана, построение решения в резонансном и нерезонансном случаях, биения.

#### 2. Элементы теории устойчивости линейных систем

2.1. Элементы теории устойчивости линейных систем

Основы теории устойчивости. Определения устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости по Ляпунову. Геометрический смысл определений. Асимптотическая устойчивость тривиального решения линейного однородного дифференциального уравнения. Необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости. Критерий Стодолы, доказательство необходимости критерия Стодолы для многочленов произвольной степени, достаточность критерия Стодолы для многочленов первой и второй степени. Условие Гурвица, теорема Лъенара – Шипара. Степень устойчивости многочлена. Колебательное звено второго порядка с затуханием, зависимость степени устойчивости звена второго порядка от величины коэффициента демпфирования, максимальная степень устойчивости. Задача позиционирования однозвенного манипулятора конечной жёсткости, управляемого через редуктор двигателем постоянного тока и снабжённого датчиком угла поворота, тахометром и тензометром. Управление мобильным роботом. Асимптотическая устойчивость режима стационарного движения робота по прямой. Варианты формирования угловой скорости робота пропорционально величине отклонения от полосы, углу поворота и пропорционально показаниям оптической линейки, учёт запаздывания в цепи обратной связи при управлении по показаниям оптической линейки.

#### 3. Колебания систем с конечным числом степеней свободы

3.1. Колебания систем с конечным числом степеней свободы

Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в форме Коши. Общее решение однородной системы, весовая матрица. Общее решение неоднородной системы, теорема Коши. Матричная экспонента, связь весовой матрицы системы и матричной экспоненты. Теорема Гамильтона – Кэли, применение теоремы Гамильтона – Кэли для представления весовой матрицы системы в виде отрезка степенного ряда от матрицы системы. Пример построения весовой матрицы для колебательного звена второго порядка. Задача о движении точки во вращающейся системе координат.

#### 4. Управляемые линейные системы

#### 4.1. Управляемые линейные системы

Управляемая линейная система, определение управляемости. Описание движения управляемой линейной стационарной системы с помощью теоремы Гамильтона – Кэли. Матрица управляемости. Обобщенный вектор управления. Критерий Калмана необходимого и достаточного условия полной управляемости. Критерий Хаугуса необходимого и достаточного условия полной управляемости. Условие полной управляемости по Хаугусу для систем уравнений второго порядка, не разрешенных относительно старших производных. Не вполне управляемые системы, декомпозиция не вполне управляемых систем. Системы со скалярным управлением. Представление линейного дифференциального уравнения в форме системы. Управляемость системы, описываемой одним дифференциальным уравнением. Приводимость вполне управляемой системы со скалярным управлением к одному уравнению. Системы с обратной связью. Сохранение управляемости при введении обратной связи во вполне управляемую систему. Обеспечение необходимого качества переходных процессов в полностью управляемой системе со скалярным управлением за счет управления в виде обратной связи по параметрам состояния. Стабилизация при помощи маятника неустойчивого положения равновесия перевернутого маятника. Исследование устойчивости, анализ управляемости по критерию Калмана и по критерию Хаугуса, построение управления в виде обратной связи. Управление движением мобильного робота, учет запаздывания в цепи обратной связи при управлении по показаниям оптической линейки. Задача одновременного управления колебаниями двух маятников.

### 5. Структура полиномиальных матриц, метод Булгакова решения систем линейных дифференциальных уравнений

#### 5.1. Структура полиномиальных матриц, метод Булгакова решения систем линейных дифференциальных уравнений

Структура полиномиальных матриц. Детерминантные делители и инвариантные множители полиномиальных матриц. Элементарные делители инвариантных множителей. Зависимость вида решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами от структуры инвариантных множителей. Метод Булгакова решения систем линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура решения в случае действительных простых и кратных корней характеристического уравнения. Случай пары комплексно сопряженных корней. Построение решения уравнений для модели колебаний чувствительного элемента гироскопа на вращающемся основании.

### 6. Собственные колебания консервативных систем

#### 6.1. Собственные колебания консервативных систем

Консервативные механические системы. Представление кинетической и потенциальной энергии в окрестности положения равновесия в виде квадратичных форм. Матрица инерционная и матрица жесткостей, их свойства. Определение положительно определенной квадратичной формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Геометрическое представление положительно определенной квадратичной формы для двух обобщенных координат. Уравнения малых колебаний консервативной системы около положения равновесия. Характеристическое уравнение. Характеристические числа, характеристические показатели. Действительность характеристических показателей. Частные решения уравнений малых колебаний для различных значений характеристических чисел. Общее решение уравнений малых колебаний консервативной системы. Случай положительно определенной матрицы жесткостей. Устойчивая консервативная система. Частотное уравнение. Пример неустойчивой консервативной системы. Модальная матрица.

Свойство А ортогональности модальных столбцов. Линейная независимость модальных столбцов. Нормированная модальная матрица. Нормальные координаты. Запись кинетической и потенциальной энергии в нормальных координатах. Уравнения колебаний в нормальных координатах. Задача о колебаниях струны с закрепленными концами. Собственные колебания струны с тремя грузами, частотный спектр, формы колебаний.

### 7. Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний

#### 7.1. Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний

Вынужденные колебания консервативной системы при наличии гармонического возбуждения. Метод нормальных координат. Гармонические коэффициенты влияния. Резонансы и антирезонансы. Общее решение уравнений вынужденных колебаний консервативной системы при наличии гармонического возбуждения. Построение решения уравнений вынужденных колебаний струны, нагруженной тремя грузами. Динамический гаситель колебаний без демпфирования, АЧХ основной массы, частота антирезонанса, определение интервала частот возбуждения, для которых использование в качестве гасителя дополнительной массы без демпфирующего устройства является эффективным. Динамический гаситель колебаний с демпфированием, АЧХ основной массы при различных значениях параметров динамической системы, выбор значений параметров.

### 8. Теоремы о частотном спектре консервативной системы

#### 8.1. Теоремы о частотном спектре консервативной системы

Частное Рэлея, экстремальные свойства частного Рэлея, оценка Рэлея первой собственной частоты. Использование частного Рэлея для определения собственных частот и построения соответствующих форм колебаний. Нижняя оценка квадрата первой собственной частоты. Оценка Данкерлея. Построение оценок Рэлея и Данкерлея в задаче о колебаниях струны с закрепленными концами. Первая и вторая теоремы Рэлея. Примеры. Парциальные колебания. Уравнения парциальных колебаний. Парциальные частоты, их свойство. Примеры. Система с двумя степенями свободы: коэффициенты инерционной и жесткостной связи, их влияние на значения собственных частот. Колебания струны с закреплёнными концами, нагруженной произвольным числом точечных масс. Определение частот и построение форм колебаний в виде гармонической функции номера массы. Оценка первой собственной частоты для непрерывного распределения массы. Использование колебательной системы в качестве фильтра низких частот: вынужденные колебания цепочки масс с закреплённым правым концом и совершающим гармонические колебания левым. Определение зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты возмущения и номера массы в цепочке. Задача о колебаниях экипажа: случаи независимых подвесок, разделения угловых и вертикальных колебаний, комфортабельная езда.

### **3.3. Темы практических занятий**

#### 1. Семестр 6.

№1. Структура полиномиальных матриц. Решение систем однородных линейных уравнений по методу Булгакова. Случай действительных простых и кратных корней.

№2. Метод Булгакова. Случай простой пары комплексно-сопряженных корней.

№3. Контрольная работа: "Решение по методу Булгакова однородных систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами".

№4. Консервативные системы. Формирование матрицы инерции и матрицы жесткостей. Уравнения малых колебаний.

№5 Построение решения уравнений малых колебаний консервативных систем.

№6. Контрольная работа: "Собственные колебания консервативных линейных систем".

№7. Вынужденные колебания консервативных систем.;

2. Семестр 5.

№1. Метод Хевисайда решения ЛДУ с постоянными коэффициентами. Построение решения ЛДУ уравнения. Весовая функция, теорема Коши.

№2. Контрольная работа: "Метод Хевисайда решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами, теорема Коши".

№3. Исследование асимптотической устойчивости тривиального решения линейного уравнения. Критерии Гурвица, Стодолы, Ляпунова-Шипара.

№4. Контрольная работа: "Исследование асимптотической устойчивости тривиального решения систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами".

№5. Матричная экспонента. Построение решения однородной линейной системы ДУ с постоянными коэффициентами.

№6. Построение частного решения неоднородной линейной системы ДУ с постоянными коэффициентами. Теорема Коши.

№7. Критерии Калмана и Хаугуса управляемости линейных систем. Выдача задания части 2 расчетного задания.

№8. Контрольная работа: "Исследование управляемости линейных систем с постоянными коэффициентами"..

### 3.4. Темы лабораторных работ

не предусмотрено

### 3.5 Консультации

#### Аудиторные консультации по курсовому проекту/работе (КПР)

1. Консультации направлены на выполнение разделов курсового проекта под руководством наставника (преподавателя). В рамках часов на групповые консультации разбираются наиболее важные части расчетных заданий раздела "Собственные колебания консервативных систем"
2. Консультации направлены на выполнение разделов курсового проекта под руководством наставника (преподавателя). В рамках часов на групповые консультации разбираются наиболее важные части расчетных заданий раздела "Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний"
3. Консультации направлены на выполнение разделов курсового проекта под руководством наставника (преподавателя). В рамках часов на групповые консультации разбираются наиболее важные части расчетных заданий раздела "Теоремы о частотном спектре консервативной системы"

#### Индивидуальные консультации по курсовому проекту /работе (ИККП)

1. Консультации проводятся по разделу "Собственные колебания консервативных систем"
2. Консультации проводятся по разделу "Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний"
3. Консультации проводятся по разделу "Теоремы о частотном спектре консервативной системы"

### 3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ

6 Семестр

Курсовая работа (КР)

Темы:

- Динамика консервативной системы. Уравнения собственных колебаний и построение их решения. Вынужденные колебания консервативных систем, построение решения уравнений с помощью перехода к нормальным координатам. Гармонические коэффициенты влияния. Оценки Рэлея и Данкерлея частотного спектра. Теоремы Рэлея. Частоты связанной системы

#### **График выполнения курсового проекта**

Неделя	1 - 7	8 - 10	11 - 13	Зачетная
Раздел курсового проекта	1	2	3	Защита курсового проекта
Объем раздела, %	40	30	30	-
Выполненный объем нарастающим итогом, %	40	70	100	-

Номер раздела	Раздел курсового проекта
1	Собственные колебания консервативной системы
2	Вынужденные колебания консервативной системы
3	Теоремы о частотном спектре консервативной системы

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)								Оценочное средство (тип и наименование)	
		1	2	3	4	5	6	7	8		
<b>Знать:</b>											
основные принципы анализа вынужденных колебаний консервативных систем	ИД-1РПК-2								+		Домашнее задание/Вынужденные колебания консервативных систем с двумя степенями свободы
основные понятия и критерии теории устойчивости линейных систем	ИД-1РПК-2		+								Контрольная работа/Исследование асимптотической устойчивости тривиального решения систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами  Расчетно-графическая работа/Определение условий асимптотической устойчивости положения равновесия манипулятора
основные понятия и критерии управляемости линейных систем	ИД-1РПК-2				+						Расчетно-графическая работа/Анализ управляемости в малом переходного процесса в задаче позиционирования манипулятора  Контрольная работа/Исследование управляемости линейных систем с постоянными коэффициентами
основные принципы анализа собственных колебаний консервативных систем	ИД-1РПК-2							+		+	Контрольная работа/Собственные колебания консервативных линейных систем
<b>Уметь:</b>											
записывать уравнения вынужденных колебаний консервативных механических систем и строить их решение с использованием типовых методик	ИД-1РПК-2								+		Домашнее задание/Вынужденные колебания консервативных систем с двумя степенями свободы
записывать линейные с постоянными	ИД-1РПК-2			+							Домашнее задание/Матричная



коэффициентами системы дифференциальных уравнений малых колебаний около положения равновесия механической системы и строить их решение с использованием матричной экспоненты									экспонента, решение систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами
выполнять анализ управляемости малыми колебаниями около положения равновесия	ИД-1 <sub>РПК-2</sub>				+				Расчетно-графическая работа/Анализ управляемости в малом переходного процесса в задаче позиционирования манипулятора Контрольная работа/Исследование управляемости линейных систем с постоянными коэффициентами
выполнять анализ асимптотической устойчивости положения равновесия	ИД-1 <sub>РПК-2</sub>				+				Контрольная работа/Исследование асимптотической устойчивости тривиального решения систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами Расчетно-графическая работа/Определение условий асимптотической устойчивости положения равновесия манипулятора
записывать линейное с постоянными коэффициентами дифференциальное уравнение малых колебаний около положения равновесия механической системы и строить его решение с использованием метода Хевисайда	ИД-1 <sub>РПК-2</sub>	+							Контрольная работа/Метод Хевисайда решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами, теорема Коши
записывать уравнения собственных колебаний консервативных систем, строить их решение и выполнять анализ характера колебаний	ИД-1 <sub>РПК-2</sub>						+		Контрольная работа/Собственные колебания консервативных линейных систем
строить решение линейных однородных систем дифференциальных уравнений по методу Булгакова	ИД-1 <sub>РПК-2</sub>					+			Контрольная работа/Решение по методу Булгакова однородных систем линейных дифференциальных уравнений с

										постоянными коэффициентами
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----------------------------

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **5 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Исследование асимптотической устойчивости тривиального решения систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами (Контрольная работа)
2. Матричная экспонента, решение систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами (Домашнее задание)
3. Метод Хевисайда решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами, теорема Коши (Контрольная работа)
4. Определение условий асимптотической устойчивости положения равновесия манипулятора (Расчетно-графическая работа)

#### **6 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Анализ управляемости в малом переходного процесса в задаче позиционирования манипулятора (Расчетно-графическая работа)
2. Вынужденные колебания консервативных систем с двумя степенями свободы (Домашнее задание)
3. Исследование управляемости линейных систем с постоянными коэффициентами (Контрольная работа)
4. Решение по методу Булгакова однородных систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (Контрольная работа)
5. Собственные колебания консервативных линейных систем (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

Балльно-рейтинговая структура курсовой работы является приложением Б.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

#### Экзамен (Семестр №5)

Итоговая оценка по курсу определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

#### Экзамен (Семестр №6)

Итоговая оценка по курсу определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

#### Курсовая работа (КР) (Семестр №6)

Итоговая оценка за курсовую работу определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и зачетной составляющих

В диплом выставляется оценка за 6 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Бабаков, И. М. Теория колебаний : учебное пособие для вузов / И. М. Бабаков . – 4-е изд., испр . – М. : Дрофа, 2004 . – 591 с. – (Классики отечественной науки) . - ISBN 5-7107-7397-2 .;
2. Егоров, А. И. Основы теории управления / А. И. Егоров . – М. : Физматлит, 2007 . – 504 с. - ISBN 978-5-922105-43-9 .;
3. Маркеев, А. П. Теоретическая механика : Учебник для механико-математических специальностей университетов / А. П. Маркеев . – 3-е изд., испр . – Ижевск : РХД, 2001 . – 592 с. – (Науки о Земле) . - ISBN 5-939720-88-9 .;
4. Панкратьева, Г. В. Исследование колебаний в консервативных системах : методическое пособие по курсу "Теория колебаний и динамика машин" по направлению "Прикладная механика" / Г. В. Панкратьева, С. В. Захаров, Н. В. Теселько, Моск. энерг. ин-т (МЭИ ТУ) . – М. : Издательский дом МЭИ, 2007 . – 32 с.;
5. Филиппов, В. В. Собственные и вынужденные колебания линейных систем. Структура сил: Практическое решение задач по ТКМД : Методическое пособие по курсу "Теория колебаний и динамика машин" по направлению "Прикладная механика" / В. В. Филиппов, Моск. энерг. ин-т (МЭИ ТУ) . – М. : Изд-во МЭИ, 2000 . – 24 с.;
6. Алдошин Г. Т.- "Теория линейных и нелинейных колебаний", (2-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (320 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/168476>;
7. Бутенин Н. В., Лунц Я. Л., Меркин Д. Р.- "Курс теоретической механики", (12-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2020 - (732 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/143116>;
8. Лившиц К. И., Параев Ю. И.- "Теория управления", Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2020 - (232 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/133923>;
9. А. М. Формальский- "Управление движением неустойчивых объектов", Издательство: "Физматлит", Москва, 2014 - (231 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275304>.

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Антиплагиат ВУЗ.

### **5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:**

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
4. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>
5. Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» - <https://openedu.ru>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	С-213, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	Б-415, Учебная аудитория	кресло рабочее, стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	С-215, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
	С-213, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	С-215, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
	Б-402, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая, доска маркерная
	Б-413, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-201, Компьютерный читальный зал	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
	С-200, Компьютерный класс каф. "РМДиПМ"	стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, компьютер персональный
Помещения для консультирования	С-214, Кабинет сотрудников	стол, стул, компьютер персональный, принтер
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	С-114/1, Массажная	

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Теория колебаний и динамика машин

(название дисциплины)

#### 5 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Метод Хевисайда решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами, теорема Коши (Контрольная работа)
- КМ-2 Исследование асимптотической устойчивости тривиального решения систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами (Контрольная работа)
- КМ-3 Определение условий асимптотической устойчивости положения равновесия манипулятора (Расчетно-графическая работа)
- КМ-4 Матричная экспонента, решение систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами (Домашнее задание)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	10	13
1	Собственные и вынужденные линейные колебания, описываемые одним дифференциальным уравнением. Операторный метод Хевисайда, теорема Коши					
1.1	Собственные и вынужденные линейные колебания, описываемые одним дифференциальным уравнением. Операторный метод Хевисайда, теорема Коши		+			
2	Элементы теории устойчивости линейных систем					
2.1	Элементы теории устойчивости линейных систем			+	+	
3	Колебания систем с конечным числом степеней свободы					
3.1	Колебания систем с конечным числом степеней свободы					+
Вес КМ, %:			30	25	25	20

#### 6 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Решение по методу Булгакова однородных систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (Контрольная работа)
- КМ-2 Собственные колебания консервативных линейных систем (Контрольная работа)
- КМ-3 Вынужденные колебания консервативных систем с двумя степенями свободы (Домашнее задание)
- КМ-5 Исследование управляемости линейных систем с постоянными коэффициентами (Контрольная работа)
- КМ-6 Анализ управляемости в малом переходного процесса в задаче позиционирования

манипулятора (Расчетно-графическая работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-5	КМ-6
		Неделя КМ:	4	8	13	15	15
1	Управляемые линейные системы						
1.1	Управляемые линейные системы					+	+
2	Структура полиномиальных матриц, метод Булгакова решения систем линейных дифференциальных уравнений						
2.1	Структура полиномиальных матриц, метод Булгакова решения систем линейных дифференциальных уравнений		+				
3	Собственные колебания консервативных систем						
3.1	Собственные колебания консервативных систем			+			
4	Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний						
4.1	Вынужденные колебания консервативных систем, динамический гаситель колебаний				+		
5	Теоремы о частотном спектре консервативной системы						
5.1	Теоремы о частотном спектре консервативной системы			+			
Вес КМ, %:			20	30	20	15	15

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА КУРСОВОГО ПРОЕКТА/РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Теория колебаний и динамика машин

(название дисциплины)

#### 6 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по курсовой работе:**

- КМ-1 Оценка выполнения раздела 1 КР: «Собственные колебания консервативной системы»  
 КМ-2 Оценка выполнения раздела 2 КР: «Вынужденные колебания консервативной системы»  
 КМ-3 Оценка выполнения раздела 3 КР: «Теоремы о частотном спектре консервативной системы»

**Вид промежуточной аттестации – защита КР.**

Номер раздела	Раздел курсового проекта/курсовой работы	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3
		Неделя КМ:	7	10	13
1	Собственные колебания консервативной системы		+		
2	Вынужденные колебания консервативной системы			+	
3	Теоремы о частотном спектре консервативной системы				+
Вес КМ, %:			40	30	30