

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 15.04.03 Прикладная механика

Наименование образовательной программы: Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В РОБОТОТЕХНИКЕ**

<b>Блок:</b>	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
<b>Часть образовательной программы:</b>	Вариативная
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	Б1.В.08.04.02
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	1 семестр - 4;
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	144 часа
<b>Лекции</b>	1 семестр - 16 часов;
<b>Практические занятия</b>	1 семестр - 16 часов;
<b>Лабораторные работы</b>	не предусмотрено учебным планом
<b>Консультации</b>	проводится в рамках часов аудиторных занятий
<b>Самостоятельная работа</b>	1 семестр - 111,7 часов;
<b>в том числе на КП/КР</b>	не предусмотрено учебным планом
<b>Иная контактная работа</b>	проводится в рамках часов аудиторных занятий
<b>включая:</b> <b>Контрольная работа</b> <b>Расчетно-графическая работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Зачет с оценкой</b>	1 семестр - 0,3 часа;

**Москва 2021**

## ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

(должность)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Цой В.Э.
	Идентификатор	Rd9d3a9dd-TsoyVE-b05eb4b4

(подпись)

В.Э. Цой

(расшифровка подписи)

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель образовательной программы

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Позняк Е.В.
	Идентификатор	Rd1b94958-PozniakYV-2647307e

(подпись)

Е.В. Позняк

(расшифровка подписи)

Заведующий выпускающей кафедры

(должность, ученая степень, ученое звание)

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883f

(подпись)

И.В. Меркурьев

(расшифровка подписи)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** Является изучение численных методов инженерных расчётов и сопутствующего математического аппарата, применяемых при компьютерном моделировании робототехнических систем для математического описания их движения и планирования траекторий рабочих органов.

### Задачи дисциплины

- Изучение применяемых при решении задач робототехники численных методов и лежащего в основе данных методов математического аппарата (включая получение необходимых сведений из общей и линейной алгебры).;

- Овладение важнейшими методами решения прикладных задач в области компьютерного моделирования робототехнических систем, включая методы интерполяции и аппроксимации функций тригонометрическими многочленами и сплайнами.;

- Формирование устойчивых навыков по применению арсенала численных методов инженерных расчётов при решении робототехнических задач, включая методы построения программного движения роботов, методы алгебры кватернионов в применении к кинематике систем твёрдых тел, линейные многошаговые методы численного решения задачи Коши.;

- Овладение линейными многошаговыми методами численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений..

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ПК-1 способностью выявлять сущность научно-технических проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат, вычислительные методы и компьютерные технологии		знать: - Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы решения задачи Коши линейными многошаговыми методами численного интегрирования) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным..  уметь: - Разрабатывать и успешно применять, пользуясь приобретёнными математическими знаниями и освоенным арсеналом численных методов, а также получаемыми самостоятельно при помощи современных информационных технологий новыми знаниями, умениями и методами исследования, алгоритмы решения практических задач в области робототехники..

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока дисциплин основной профессиональной образовательной программе Динамика и прочность

машин, приборов и аппаратуры (далее – ОПОП), направления подготовки 15.04.03 Прикладная механика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать Линейную алгебру и аналитическую геометрию.
- знать Математический анализ
- знать Информатику
- знать Дискретную математику
- уметь Работать со списками данных.
- уметь Создавать программу для выполнения расчетов в математических пакетах.
- уметь Применять циклические формы алгоритмов с остановом.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Тригонометрическая интерполяция.	30	1	4	-	4	-	-	-	-	-	22	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Тригонометрическая интерполяция."  <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Тригонометрическая интерполяция. и подготовка к контрольной работе  <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Тригонометрическая интерполяция."  <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания ориентированы на решения минизадоч по разделу "Тригонометрическая интерполяция.". Студенты необходимо повторить теоретический материал, разобрать примеры решения аналогичных задач. провести расчеты по варианту задания и сделать выводы. В качестве задания используются следующие упражнения:  <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b>                      [4], 394-400</p>
1.1	Тригонометрическая интерполяция.	30		4	-	4	-	-	-	-	-	22	-	
2	Интерполяция кусочными многочленами.	32		4	-	4	-	-	-	-	-	24	-	
2.1	Интерполяция кусочными	32		4	-	4	-	-	-	-	-	24	-	

	многочленами.														Интерполяция кусочными многочленами. и подготовка к контрольной работе <b><u>Подготовка расчетных заданий:</u></b> Задания ориентированы на решения минизаданий по разделу "Интерполяция кусочными многочленами.". Студенты необходимо повторить теоретический материал, разобрать примеры решения аналогичных задач. провести расчеты по варианту задания и сделать выводы. В качестве задания используются следующие упражнения: <b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Интерполяция кусочными многочленами." подготовка к выполнению заданий на практических занятиях <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Интерполяция кусочными многочленами." <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], 66-81 [4], 171-186
3	Кватернионы в вычислительной механике.	32	4	-	4	-	-	-	-	-	24	-		<b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Кватернионы в вычислительной механике."	
3.1	Кватернионы в вычислительной механике.	32	4	-	4	-	-	-	-	-	24	-		<b><u>Подготовка к аудиторным занятиям:</u></b> Проработка лекции, выполнение и подготовка к защите лаб. работы <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Кватернионы в вычислительной механике. и подготовка к контрольной работе <b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Кватернионы в вычислительной механике." подготовка к выполнению заданий на практических занятиях	



														<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Всплай-ны в практике приближения функций."</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу Всплай-ны в практике приближения функций. и подготовка к контрольной работе</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], 93-98 [4], 171-186</p>
	Зачет с оценкой	18.0	-	-	-	-	-	-	-	0.3	-	17.7		
	<b>Всего за семестр</b>	<b>144.0</b>	<b>16</b>	-	<b>16</b>	-	-	-	-	<b>0.3</b>	<b>94</b>	<b>17.7</b>		
	<b>Итого за семестр</b>	<b>144.0</b>	<b>16</b>	-	<b>16</b>	-	-	-	-	<b>0.3</b>		<b>111.7</b>		

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

## 3.2 Краткое содержание разделов

### 1. Тригонометрическая интерполяция.

#### 1.1. Тригонометрическая интерполяция.

Интерполяция периодических функций. Тригонометрические многочлены. Теорема о коэффициентах интерполяционного тригонометрического многочлена при интерполяции по равномерной сетке. Комплексная форма записи тригонометрического многочлена. Понятие о дискретном преобразовании Фурье.

### 2. Интерполяция кусочными многочленами.

#### 2.1. Интерполяция кусочными многочленами.

Усечённые степенные функции. Кусочные многочлены, их степень и дефект; соотношения непрерывности. Звенное представление кусочного многочлена. Сплайны; пространства сплайнов, их размерность. Задача интерполяции линейными сплайнами и её решение. Вывод оценки для погрешности кусочно линейной интерполяции. Задача интерполяции эрмитовыми кубическими многочленами и вычисление коэффициентов таких многочленов. Оценка погрешности интерполяции эрмитовыми кубическими многочленами.

### 3. Кватернионы в вычислительной механике.

#### 3.1. Кватернионы в вычислительной механике.

Основные операции над кватернионами. Арифметические кватернионы. Выражение кватернионов через их компоненты. Частные случаи формулы умножения кватернионов и следствия из них. Сопряжённый кватернион. Формула обращения кватерниона. Рекуррентные формулы для операторов поворота звеньев простой кинематической цепи. Единичная сфера в теле кватернионов. Гомоморфизм группы единичных кватернионов в группу автоморфизмов тела кватернионов. Кватернионы поворота. Теорема Гамильтона и следствия из неё. Параметры Родрига – Гамильтона. Описание поворотов при помощи ненормированных кватернионов. Рекуррентные формулы для вычисления кватернионов поворота звеньев простой кинематической цепи. Выражение матрицы оператора поворота через компоненты кватерниона поворота. Лемма о дифференцировании единичного кватерниона. Теорема о выражении вектора угловой скорости через производную от кватерниона поворота. Кинематическое уравнение для кватерниона поворота.

### 4. V-сплайны в практике приближения функций.

#### 4.1. V-сплайны в практике приближения функций.

Определение V-сплайна при помощи рекуррентных формул. Явная формула для V-сплайна. Вывод формулы Кокса – де Бора. Явные формулы для V-сплайнов нулевой и первой степени. Теорема о носителе V-сплайна; следствия из неё. Теорема о получении разложения единицы на отрезке числовой прямой с использованием V-сплайнов. Задача о склеивании функций и её решение при помощи V-сплайнов. Вывод формулы для производной V-сплайна. Теорема Карри – Шёнберга. Представление сплайнов в виде линейных комбинаций V-сплайнов. Решение задач интерполяции с помощью кубических V-сплайнов. Простейший способ локальной аппроксимации функций действительного переменного при помощи кубических V-сплайнов. Теорема о погрешности этого способа аппроксимации. Кубические V-сплайны Шёнберга и их применение при локальной аппроксимации функций действительного переменного. Свойства V-сплайнов.

### **3.3. Темы практических занятий**

1. Интерполяция кубическими сплайнами.;
2. Кватернионы. Арифметические действия.;
3. Эрмитовы кубические многочлены.;
4. Метод прогонки.;
5. Кубические В-сплайны.;
6. Различные типы граничных условий.;
7. Тригонометрическая интерполяция.;
8. Кватернионы. Кинематические уравнения..

### **3.4. Темы лабораторных работ** не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ** Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)				Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	
<b>Знать:</b>						
Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы решения задачи Коши линейными многошаговыми методами численного интегрирования) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным.	ПК-1(Компетенция)	+	+			Контрольная работа/КР№1 Тригонометрический многочлен  Расчетно-графическая работа/Расчет №1 Тригонометрическая интерполяция
<b>Уметь:</b>						
Разрабатывать и успешно применять, пользуясь приобретёнными математическими знаниями и освоенным арсеналом численных методов, а также получаемыми самостоятельно при помощи современных информационных технологий новыми знаниями, умениями и методами исследования, алгоритмы решения практических задач в области робототехники.	ПК-1(Компетенция)			+	+	Контрольная работа/КР№2 Эрмитовы кубические многочлены  Расчетно-графическая работа/Расчет №2 Планирование траекторий рабочей точки робота-манипулятора

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **1 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. КР№1 Тригонометрический многочлен (Контрольная работа)
2. КР№2 Эрмитовы кубические многочлены (Контрольная работа)
3. Расчет №1 Тригонометрическая интерполяция (Расчетно-графическая работа)
4. Расчет №2 Планирование траекторий рабочей точки робота-манипулятора (Расчетно-графическая работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Зачет с оценкой (Семестр №1)*

Оценка выставляется по формуле  $0.3 \cdot \text{"оценка текущей аттестации"} + 0.7 \cdot \text{"оценка промежуточной аттестации"}$  с математическим округлением

В диплом выставляется оценка за 1 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Адамов, Б. И. Применение основных матричных разложений в задачах механики и робототехники : учебное пособие по курсам "Вычислительная механика", "Численные методы в робототехнике", "Вычислительные методы компьютерного моделирования в механике", "Основы мехатроники и робототехники" по направлению "Мехатроника и робототехника" / Б. И. Адамов, А. Н. Маслов, Н. В. Осадченко, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" (НИУ"МЭИ") . – М. : Изд-во МЭИ, 2019 . – 84 с. - ISBN 978-5-7046-2150-8 .  
[http://elib.mpei.ru/action.php?kt\\_path\\_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=10865](http://elib.mpei.ru/action.php?kt_path_info=ktcore.SecViewPlugin.actions.document&fDocumentId=10865);
2. Квасов, Б. И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab : учебное пособие по направлению "Математика" / Б. И. Квасов . – СПб. : Лань-Пресс, 2016 . – 328 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) . - ISBN 978-5-8114-2019-3 .;
3. Челноков, Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения / Ю. Н. Челноков . – М. : Физматлит, 2006 . – 512 с. - ISBN 5-922106-80-5 .;
4. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В.- "Вычислительные методы", (4-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (672 с.)  
<https://e.lanbook.com/book/168619>.

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;

4. Майнд Видеоконференции;
5. Scilab;
6. SmathStudio;
7. GNU Octave.

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
4. База данных Web of Science - <http://webofscience.com/>
5. База данных Scopus - <http://www.scopus.com>
6. Национальная электронная библиотека - <https://rusneb.ru/>
7. ЭБС "Консультант студента" - <http://www.studentlibrary.ru/>
8. Журнал Science - <https://www.sciencemag.org/>
9. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

### 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	Б-412, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	Б-412, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	Б-412, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-302, Читальный зал отдела обслуживания учебной литературой	стул, стол письменный, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный
Помещения для консультирования	Б-110/1, Кабинет сотрудников каф. "РМДиПМ"	кресло рабочее, стол, стул, шкаф, компьютер персональный
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	Б-06а, Учебная лаборатория	стеллаж для хранения книг

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Численные методы в робототехнике

(название дисциплины)

#### 1 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

КМ-1 КР№1 Тригонометрический многочлен (Контрольная работа)

КМ-2 Расчет №1 Тригонометрическая интерполяция (Расчетно-графическая работа)

КМ-3 КР№2 Эрмитовы кубические многочлены (Контрольная работа)

КМ-4 Расчет №2 Планирование траекторий рабочей точки робота-манипулятора (Расчетно-графическая работа)

**Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Тригонометрическая интерполяция.					
1.1	Тригонометрическая интерполяция.		+	+		
2	Интерполяция кусочными многочленами.					
2.1	Интерполяция кусочными многочленами.		+	+		
3	Кватернионы в вычислительной механике.					
3.1	Кватернионы в вычислительной механике.				+	+
4	В-сплайны в практике приближения функций.					
4.1	В-сплайны в практике приближения функций.				+	+
Вес КМ, %:			25	25	25	25