

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

Направление подготовки/специальность: 15.04.06 Мехатроника и робототехника

Наименование образовательной программы: Разработка компьютерных технологий управления и математического моделирования в робототехнике и мехатронике

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Оценочные материалы
по дисциплине
Численные методы в робототехнике**

**Москва
2024**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Маслов А.Н.
	Идентификатор	Rf8f2f741-MaslovAN-736ea3ef

А.Н. Маслов

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Свириденко О.В.
	Идентификатор	R9097b88f-SviridenkoOV-16830d5f

О.В.
Свириденко

Заведующий
выпускающей
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883f

И.В.
Меркурьев

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

ИД-1 Применяет математический аппарат численных методов

2. ОПК-4 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при моделировании технологических процессов

ИД-1 Использует имеющиеся программные пакеты и, при необходимости, разрабатывает новое программное обеспечение, необходимое для обработки информации и управления в мехатронных и робототехнических системах, а также для их проектирования

3. ОПК-13 Способен использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики при формировании моделей и методов исследования мехатронных и робототехнических систем

ИД-4 Применяет численные методы и алгоритмы при проведении исследований мехатронных и робототехнических систем в процессе выполняемых ими операций

и включает:

для текущего контроля успеваемости:

Форма реализации: Письменная работа

1. КР№1 Тригонометрический многочлен (Контрольная работа)
2. КР№2 Эрмитовы кубические многочлены (Контрольная работа)
3. КР№3 Кубический сплайн (Контрольная работа)
4. КР№4 Кватернионы (Контрольная работа)
5. КР№5 В-сплайны (Контрольная работа)

БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
	Срок КМ:	3	6	8	15	12
Тригонометрическая интерполяция.						
Тригонометрическая интерполяция.		+				
Интерполяция кусочными многочленами.						

Интерполяция кусочными многочленами.		+	+		
Кватернионы в вычислительной механике.					
Кватернионы в вычислительной механике.				+	
В-сплайны в практике приближения функций.					
В-сплайны в практике приближения функций.					+
Вес КМ:	20	20	20	10	30

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-1 _{ОПК-1} Применяет математический аппарат численных методов	Знать: Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы решения задачи Коши линейными многошаговыми методами численного интегрирования) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным. Уметь: Разрабатывать и успешно применять, пользуясь приобретёнными математическими знаниями и освоенным арсеналом численных методов, а также получаемыми самостоятельно при помощи современных информационных	КР№1 Тригонометрический многочлен (Контрольная работа)

		технологий новыми знаниями, умениями и методами исследования, алгоритмы решения практических задач в области робототехники.	
ОПК-4	ИД-1 _{ОПК-4} Использует имеющиеся программные пакеты и, при необходимости, разрабатывает новое программное обеспечение, необходимое для обработки информации и управления в мехатронных и робототехнических системах, а также для их проектирования	Знать: Порядок применения теоретического аппарата (теорию и методы интерполяции и аппроксимации функций тригонометрическими многочленами и сплайнами, методы планирования траекторий и построения программного движения роботов, методы алгебры кватернионов в применении к кинематике систем твёрдых тел, основы теории линейных многошаговых методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений) в важнейших практических приложениях. Теоретические основы применяемых при решении	КР№2 Эрмитовы кубические многочлены (Контрольная работа) КР№3 Кубический сплайн (Контрольная работа) КР№4 Кватернионы (Контрольная работа)

		задач робототехники численных методов и лежащего в основе данных методов математического аппарата (включая необходимый материал из общей и линейной алгебры). Уметь: Находить, обобщать и анализировать информацию о робототехнических системах и условиях их эксплуатации, планировать ход исследования и пути достижения поставленных целей.	
ОПК-13	ИД-4_{ОПК-13} Применяет численные методы и алгоритмы при проведении исследований мехатонных и робототехнических систем в процессе выполняемых ими операций	Знать: Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы тригонометрической интерполяции, интерполяции и аппроксимации сплайнами) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным. Уметь:	КР№4 Кватернионы (Контрольная работа) КР№5 В-сплайны (Контрольная работа)

		Пользоваться современными информационными технологиями для совершенствования и развития своего интеллектуального, профессионального и общекультурного уровня. Выделять при анализе робототехнических систем и условий их эксплуатации задачи, требующие применения численных методов и проведения вычислительных экспериментов, планировать и реализовывать решение данных задач, пользуясь общесистемными средствами программного назначения, современными программными продуктами и информационными технологиями, системами компьютерной математики, инструментальными средствами компьютерного моделирования.	
--	--	---	--

II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

КМ-1. КР№1 Тригонометрический многочлен

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа

Краткое содержание задания:

Вычислить тригонометрическую интерполяцию на равномерной сетке,
с заданными значениями в узлах
Dano: $\begin{pmatrix} X_i & 1 & 3 & 5 & 7 \\ F_i & -2 & -5 & 4 & -3 \end{pmatrix}$

Контрольные вопросы/задания:

Знать: Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы решения задачи Коши линейными многошаговыми методами численного интегрирования) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным.	1.1.Пятая производная тригонометрической интерполяции разрывная функция? 2.2. Какое минимальное число узлов нужно для тригонометрической интерполяции?
Уметь: Разрабатывать и успешно применять, пользуясь приобретёнными математическими знаниями и освоенным арсеналом численных методов, а также получаемыми самостоятельно при помощи современных информационных технологий новыми знаниями, умениями и методами исследования, алгоритмы решения практических задач в области робототехники.	1.Найти период тригонометрической интерполяции на трех узлах с шагом $3\pi/2$?

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 65

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

КМ-2. КР№2 Эрмитовы кубические многочлены

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа

Краткое содержание задания:

Вычислить коэффициенты эрмитовых кубических многочленов с заданными значениями в узлах

$$\text{Dano: } \begin{pmatrix} X_i & 1 & 3 & 4 & 6 \\ F_i & -5 & 1 & -4 & 5 \\ F_i' & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

о

Контрольные вопросы/задания:

Знать: Теоретические основы применяемых при решении задач робототехники численных методов и лежащего в основе данных методов математического аппарата (включая необходимый материал из общей и линейной алгебры).	1.1. Система эрмитовых кубических многочленов не разрывная функция какого порядка? 2.2. Чему равна 7я производная кубического интерполанта?
Уметь: Находить, обобщать и анализировать информацию о робототехнических системах и условиях их эксплуатации, планировать ход исследования и пути достижения поставленных целей.	1.1. Чему равен коэффициент D0?

Описание шкалы оценивания:

Оценка: зачтено

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: не зачтено

Описание характеристики выполнения знания:

КМ-3. КР№3 Кубический сплайн

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа

Краткое содержание задания:

Составить кубический сплайн с различными типами граничных условий .

1-й тип						2-й тип						3-й тип																																																		
<table><tr><td>х</td><td>101</td><td>201</td><td>301</td><td>401</td></tr><tr><td>F</td><td>3</td><td>$\frac{7}{2}$</td><td>$\frac{9}{2}$</td><td>3</td></tr><tr><td>F'</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$\square$</td><td>$\square$</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr></table>						х	101	201	301	401	F	3	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	3	F'	$-\frac{1}{2}$	$\square$	$\square$	$\frac{1}{3}$	<table><tr><td>х</td><td>101</td><td>201</td><td>301</td><td>401</td></tr><tr><td>F</td><td>3</td><td>$\frac{7}{2}$</td><td>$\frac{9}{2}$</td><td>3</td></tr><tr><td>F'</td><td>1</td><td>$\square$</td><td>$\square$</td><td>2</td></tr></table>						х	101	201	301	401	F	3	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	3	F'	1	$\square$	$\square$	2	<table><tr><td>х</td><td>101</td><td>201</td><td>301</td><td>401</td></tr><tr><td>F</td><td>3</td><td>$\frac{7}{2}$</td><td>$\frac{9}{2}$</td><td>3</td></tr><tr><td>F'</td><td>$\square$</td><td>$\square$</td><td>$\square$</td><td>$\square$</td></tr></table>						х	101	201	301	401	F	3	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	3	F'	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
х	101	201	301	401																																																										
F	3	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	3																																																										
F'	$-\frac{1}{2}$	$\square$	$\square$	$\frac{1}{3}$																																																										
х	101	201	301	401																																																										
F	3	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	3																																																										
F'	1	$\square$	$\square$	2																																																										
х	101	201	301	401																																																										
F	3	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	3																																																										
F'	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$																																																										

Контрольные вопросы/задания:

Знать: Теоретические основы применяемых при решении задач робототехники численных методов и лежащего в основе данных методов математического аппарата (включая необходимый материал из общей и линейной алгебры).	1.1.Что можно сказать о производных в начальном и конечном узле с третьим типом граничных условий? 2.2.Производные во внутренних узлах зависят от типа граничных условий?
Уметь: Находить, обобщать и анализировать информацию о робототехнических системах и условиях их эксплуатации, планировать ход исследования и пути достижения поставленных целей.	1.1.Какая зависимость значений производных в крайних узлах для интерполяции с третьим типом краевых условий?

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 65

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

КМ-4. КР№4 Кватернионы

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 10

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа

Краткое содержание задания:

1. Найти кватернионы поворота, отвечающие матрицам поворота Q, G и $Q \cdot G$.
2. Убедиться прямым вычислением, что последний из кватернионов равен кватерниону произведения двух предыдущих.

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.113446 & -0.993544 \\ 0 & 0.993544 & 0.113446 \end{pmatrix}; \quad G = \begin{pmatrix} -0.3498 & 0 & 0.936824 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.936824 & 0 & -0.3498 \end{pmatrix}$$

Контрольные вопросы/задания:

Знать: Порядок применения теоретического аппарата (теорию и методы интерполяции и аппроксимации функций тригонометрическими многочленами и сплайнами, методы планирования траекторий и построения программного движения роботов, методы алгебры кватернионов в применении к кинематике систем твёрдых тел, основы теории линейных многошаговых методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений) в важнейших практических приложениях.	1.2.Какая последовательность перемножения кватернионов поворота при последовательном двойном повороте?
Уметь: Пользоваться современными информационными технологиями для совершенствования и развития своего интеллектуального, профессионального и общекультурного уровня.	1.1.Чему равняется кватернион поворота во круг второй оси на угол α?

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 65

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

КМ-5. КР№5 В-сплайны

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 30

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа

Краткое содержание задания:

Найти интерполяцию и аппроксимацию функции по узлам используя В-сплайны

Контрольные вопросы/задания:

Знать: Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы тригонометрической интерполяции, интерполяции и аппроксимации сплайнами) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным.	1. В-сплайн первого порядка?
Уметь: Выделять при анализе робототехнических систем и условий их эксплуатации задачи, требующие применения численных методов и проведения вычислительных экспериментов, планировать и реализовывать решение данных задач, пользуясь общесистемными средствами программного назначения, современными программными продуктами и информационными технологиями, системами компьютерной математики, инструментальными средствами компьютерного моделирования.	1. 1. Сколько В-сплайнов нулевого порядка имеют не нулевое значение в узлах сетки?

Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто, выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 65

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется
если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется
если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Пример билета

Вопрос №1: Лемма о суммах синусов и косинусов кратных аргументов. Вопрос №2: Кубические V-сплайны Шенберга Задача:
ВАР. 1 Вычислить коэффициенты эрмитовых кубических многочленов с заданными значениями в узлах Дано: $\begin{pmatrix} X_1 & 1 & 3 & 4 & 6 \\ F_1 & -3 & 0 & 5 & 2 \\ F_1' & -1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Процедура проведения

Письменный ответ. Дополнительные вопросы.

1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины

1. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{ОПК-1} Применяет математический аппарат численных методов

Вопросы, задания

- 1.1.Интерполяционный тригонометрический многочлен.
- 2.2.Интерполяция эрмитовыми кубическими многочленами

Материалы для проверки остаточных знаний

- 1.1.Может ли тригонометрический интерполянт составлен только из суммы косинусов с различными аргументами?

Ответы:

- 1.да;
- 2.нет;
- 3.да, если период интерполяции равен 2π

Верный ответ: 1.

- 2.9. Отличия интерполяции и аппроксимации?

Ответы:

функция интерполяции проходит через узлы, а функция аппроксимации может и не проходить через узлы.

2. Компетенция/Индикатор: ИД-1_{ОПК-4} Использует имеющиеся программные пакеты и, при необходимости, разрабатывает новое программное обеспечение, необходимое для обработки информации и управления в мехатронных и робототехнических системах, а также для их проектирования

Вопросы, задания

- 1.3.Интерполяция кубическими сплайнами
- 2.4.Метод прогонки
- 3.5.Кватернионы и основные операции над ними

Материалы для проверки остаточных знаний

- 1.5.Граничные условия типа 1 для кубических сплайнов?

Ответы:

$$F(X_0)=F_0; F(X_n)=F_n$$

$$F'(X_0)=DF_0; F'(X_n)=DF_n$$

2.4. Какой должна быть матрица A в СЛАУ $AX=B$ для сходимости метода прогонки?

Ответы:

1. Треугольная;
2. Наддиагональная;
3. С диагональным преобладанием.

Верный ответ: 3.

3.2. Какое минимальное количество узлов с известными значениями самой функции и ее производной необходимо для построения эрмитово кубического сплайна?

Ответы:

- 1.1;
- 2.2;
- 3.4

Верный ответ: 2.

4.3. Чему равняется дефект сплайнов?

Ответы:

- 1.1;
- 2.2;
- 3.4

Верный ответ: 1.

3. Компетенция/Индикатор: ИД-4_{ОПК-13} Применяет численные методы и алгоритмы при проведении исследований мехатонных и робототехнических систем в процессе выполняемых ими операций

Вопросы, задания

- 1.7. Определение В-сплайнов
- 2.8. Формула Кокса – де Бора
- 3.9. Решение задач интерполяции с помощью кубических В-сплайнов
- 4.10. Простейший способ локальной аппроксимации сплайнами
- 5.11. Кубические V-сплайны Шенберга

Материалы для проверки остаточных знаний

1.8. В-сплайн нулевого порядка?

Ответы:

1. Единичный импульс на одном интервале;
2. Единичный импульс на трех интервалах;
3. функция в виде треугольника на двух интервалах.

Верный ответ: 1.

2.10. В какой производной происходит дефект интерполяции в кубических В-сплайнах?

Ответы:

- 1.1;
- 2.2;
- 3.3

Верный ответ: 3.

II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 65

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Работа не выполнена или выполнена преимущественно неправильно

III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Оценка выставляется по формуле $0.3 \cdot \text{"оценка текущей аттестации"} + 0.7 \cdot \text{"оценка промежуточной аттестации"}$ с математическим округлением