

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 15.04.06 Мехатроника и робототехника**

**Наименование образовательной программы: Разработка компьютерных технологий управления и математического моделирования в робототехнике и мехатронике**

**Уровень образования: высшее образование - магистратура**

**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Численные методы в робототехнике**

**Москва  
2024**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:

Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Маслов А.Н.
	Идентификатор	Rf8f2f741-MaslovAN-736ea3ef

А.Н. Маслов

## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Свириденко О.В.
	Идентификатор	R9097b88f-SviridenkoOV-16830d5

О.В.  
Свириденко

Заведующий  
выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883

И.В.  
Меркурьев

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

ИД-1 Применяет математический аппарат численных методов

2. ОПК-4 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при моделировании технологических процессов

ИД-1 Использует имеющиеся программные пакеты и, при необходимости, разрабатывает новое программное обеспечение, необходимое для обработки информации и управления в мехатронных и робототехнических системах, а также для их проектирования

3. ОПК-13 Способен использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики при формировании моделей и методов исследования мехатронных и робототехнических систем

ИД-4 Применяет численные методы и алгоритмы при проведении исследований мехатронных и робототехнических систем в процессе выполняемых ими операций

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

1. КР№1 Тригонометрический многочлен (Контрольная работа)
2. КР№2 Эрмитовы кубические многочлены (Контрольная работа)
3. КР№3 Кубический сплайн (Контрольная работа)
4. КР№4 Кватернионы (Контрольная работа)
5. КР№5 В-сплайны (Контрольная работа)

## БРС дисциплины

1 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %					
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
	Срок КМ:	3	6	8	12	15
Тригонометрическая интерполяция.						
Тригонометрическая интерполяция.		+				
Интерполяция кусочными многочленами.						

Интерполяция кусочными многочленами.		+	+		
Кватернионы в вычислительной механике.					
Кватернионы в вычислительной механике.				+	
В-сплайны в практике приближения функций.					
В-сплайны в практике приближения функций.					+
Вес КМ:	20	25	20	10	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### *I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций*

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-1	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Применяет математический аппарат численных методов	Знать: Порядок применения теоретического аппарата (теорию и методы интерполяции и аппроксимации функций тригонометрическими многочленами и сплайнами, методы планирования траекторий и построения программного движения роботов, методы алгебры кватернионов в применении к кинематике систем твёрдых тел, основы теории линейных многошаговых методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений) в важнейших практических приложениях.	КР№1 Тригонометрический многочлен (Контрольная работа) КР№4 Кватернионы (Контрольная работа)

		<p>Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы решения задачи Коши линейными многошаговыми методами численного интегрирования) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным.</p> <p>Уметь:</p> <p>Разрабатывать и успешно применять, пользуясь приобретёнными математическими знаниями и освоенным арсеналом численных методов, а также получаемыми самостоятельно при помощи современных информационных технологий новыми знаниями, умениями и методами исследования, алгоритмы решения практических задач в области робототехники.</p>	
ОПК-4	ИД-1 <sub>ОПК-4</sub> Используют имеющиеся программные пакеты и, при	<p>Знать:</p> <p>Теоретические основы применяемых при решении</p>	<p>КР№2 Эрмитовы кубические многочлены (Контрольная работа)</p> <p>КР№3 Кубический сплайн (Контрольная работа)</p> <p>КР№4 Кватернионы (Контрольная работа)</p>

	<p>необходимости, разрабатывает новое программное обеспечение, необходимое для обработки информации и управления в мехатронных и робототехнических системах, а также для их проектирования</p>	<p>задач робототехники численных методов и лежащего в основе данных методов математического аппарата (включая необходимый материал из общей и линейной алгебры).</p> <p>Уметь:  Пользоваться современными информационными технологиями для совершенствования и развития своего интеллектуального, профессионального и общекультурного уровня.  Находить, обобщать и анализировать информацию о робототехнических системах и условиях их эксплуатации, планировать ход исследования и пути достижения поставленных целей.</p>	
ОПК-13	<p>ИД-4<sub>ОПК-13</sub> Применяет численные методы и алгоритмы при проведении исследований мехатонных и робототехнических систем</p>	<p>Знать:  Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы</p>	<p>КР№5 В-слайны (Контрольная работа)</p>

	<p>в процессе выполняемых ими операций</p>	<p>тригонометрической интерполяции, интерполяции и аппроксимации сплайнами) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным. Уметь: Выделять при анализе робототехнических систем и условий их эксплуатации задачи, требующие применения численных методов и проведения вычислительных экспериментов, планировать и реализовывать решение данных задач, пользуясь общесистемными средствами программного назначения, современными программными продуктами и информационными технологиями, системами компьютерной математики, инструментальными средствами компьютерного моделирования.</p>	
--	--	---	--

## II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания

### КМ-1. КР№1 Тригонометрический многочлен

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 20

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа

#### Краткое содержание задания:

Вычислить тригонометрическую интерполяцию на равномерной сетке,  
с заданными значениями в узлах  
Dato:  $\begin{pmatrix} x_i & 1 & 3 & 5 & 7 \\ f_i & -2 & -5 & 4 & -3 \end{pmatrix}$

#### Контрольные вопросы/задания:

<p><b>Знать:</b> Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы решения задачи Коши линейными многошаговыми методами численного интегрирования) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным.</p>	<p>1.1.Пятая производная тригонометрической интерполяции разрывная функция? 2.2. Какое минимальное число узлов нужно для тригонометрической интерполяции?</p>
<p><b>Уметь:</b> Разрабатывать и успешно применять, пользуясь приобретёнными математическими знаниями и освоенным арсеналом численных методов, а также получаемыми самостоятельно при помощи современных информационных технологий новыми знаниями, умениями и методами исследования, алгоритмы решения практических задач в области робототехники.</p>	<p>1.Найти период тригонометрической интерполяции на трех узлах с шагом <math>3\pi/2</math>?</p>

#### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 65

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

### КМ-2. КР№2 Эрмитовы кубические многочлены

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 25

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа

#### Краткое содержание задания:

Вычислить коэффициенты эрмитовых кубических многочленов с заданными значениями в узлах

$$\text{Dano: } \begin{pmatrix} X_i & 1 & 3 & 4 & 6 \\ F_i & -5 & 1 & -4 & 5 \\ F_i' & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

о

#### Контрольные вопросы/задания:

Знать: Теоретические основы применяемых при решении задач робототехники численных методов и лежащего в основе данных методов математического аппарата (включая необходимый материал из общей и линейной алгебры).	1.1. Система эрмитовых кубических многочленов не разрывная функция какого порядка? 2.2. Чему равна 7я производная кубического интерполянта?
Уметь: Находить, обобщать и анализировать информацию о робототехнических системах и условиях их эксплуатации, планировать ход исследования и пути достижения поставленных целей.	1.1. Чему равен коэффициент D0?

#### Описание шкалы оценивания:

Оценка: зачтено

Описание характеристики выполнения знания:

Оценка: не зачтено

Описание характеристики выполнения знания:

### КМ-3. КР№3 Кубический сплайн

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 20

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа

### Краткое содержание задания:

Составить кубический сплайн с различными типами граничных условий .

1-й тип					2-й тип					3-й тип				
x	101	201	301	401	x	101	201	301	401	x	101	201	301	401
F	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	3	F	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	3	F	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	3
F'	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	F''	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2	F'	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

### Контрольные вопросы/задания:

Знать: Теоретические основы применяемых при решении задач робототехники численных методов и лежащего в основе данных методов математического аппарата (включая необходимый материал из общей и линейной алгебры).	1.1.Что можно сказать о производных в начальном и конечном узле с третьим типом граничных условий? 2.2.Производные во внутренних узлах зависят от типа граничных условий?
Уметь: Находить, обобщать и анализировать информацию о робототехнических системах и условиях их эксплуатации, планировать ход исследования и пути достижения поставленных целей.	1.1.Какая зависимость значений производных в крайних узлах для интерполяции с третьим типом краевых условий?

### Описание шкалы оценивания:

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 65

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

### КМ-4. КР№4 Кватернионы

Формы реализации: Письменная работа

Тип контрольного мероприятия: Контрольная работа

Вес контрольного мероприятия в БРС: 10

Процедура проведения контрольного мероприятия: Контрольная работа

### Краткое содержание задания:

1. Найти кватернионы поворота, отвечающие матрицам поворота Q, G и Q·G.
2. Убедиться прямым вычислением, что последний из кватернионов равен кватерниону произведения двух предыдущих.

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.113446 & -0.993544 \\ 0 & 0.993544 & 0.113446 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} -0.3498 & 0 & 0.936824 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.936824 & 0 & -0.3498 \end{pmatrix}$$

### Контрольные вопросы/задания:

<p><b>Знать:</b> Порядок применения теоретического аппарата (теорию и методы интерполяции и аппроксимации функций тригонометрическими многочленами и сплайнами, методы планирования траекторий и построения программного движения роботов, методы алгебры кватернионов в применении к кинематике систем твёрдых тел, основы теории линейных многошаговых методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений) в важнейших практических приложениях.</p>	<p>1.2.Какая последовательность перемножения кватернионов поворота при последовательном двойном повороте?</p>
<p><b>Уметь:</b> Пользоваться современными информационными технологиями для совершенствования и развития своего интеллектуального, профессионального и общекультурного уровня.</p>	<p>1.1.Чему равняется кватернион поворота во круг второй оси на угол <math>\alpha</math>?</p>

### Описание шкалы оценивания:

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 65*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

## КМ-5. КР№5 В-сплайны

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Краткое содержание задания:**

Найти интерполяцию и аппроксимацию функции по узлам используя В-сплайны

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: Основные алгоритмы, реализующие численные методы инженерных расчётов (включая алгоритмы тригонометрической интерполяции, интерполяции и аппроксимации сплайнами) и условия, при соблюдении которых их применение является оправданным.	1. В-сплайн первого порядка?
Уметь: Выделять при анализе робототехнических систем и условий их эксплуатации задачи, требующие применения численных методов и проведения вычислительных экспериментов, планировать и реализовывать решение данных задач, пользуясь общесистемными средствами программного назначения, современными программными продуктами и информационными технологиями, системами компьютерной математики, инструментальными средствами компьютерного моделирования.	1. 1. Сколько В-сплайнов нулевого порядка имеют не нулевое значение в узлах сетки?

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто, выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 65*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

*Оценка:* 2

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 1 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

### Пример билета

Вопрос №1: Лемма о суммах синусов и косинусов кратных аргументов. Вопрос №2: Кубические V-сплайны Шенберга Задача:
ВАР. 1 Вычислить коэффициенты эрмитовых кубических многочленов с заданными значениями в узлах
Дано: $\begin{pmatrix} X_1 & 1 & 3 & 4 & 6 \\ F_1 & -3 & 0 & 5 & 2 \\ F_1' & -1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

### Процедура проведения

Письменный ответ. Дополнительные вопросы.

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-1</sub> Применяет математический аппарат численных методов

### Вопросы, задания

- 1.1.Интерполяционный тригонометрический многочлен.
- 2.2.Интерполяция эрмитовыми кубическими многочленами

### Материалы для проверки остаточных знаний

1.1.Может ли тригонометрический интерполянт составлен только из суммы косинусов с различными аргументами?

Ответы:

- 1.да;
- 2.нет;
- 3.да, если период интерполяции равен  $2\pi$

Верный ответ: 1.

2.9. Отличия интерполяции и аппроксимации?

Ответы:

функция интерполяции проходит через узлы, а функция аппроксимации может и не проходить через узлы.

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-1<sub>ОПК-4</sub> Использует имеющиеся программные пакеты и, при необходимости, разрабатывает новое программное обеспечение, необходимое для обработки информации и управления в мехатронных и робототехнических системах, а также для их проектирования

### Вопросы, задания

- 1.3.Интерполяция кубическими сплайнами
- 2.4.Метод прогонки

### Материалы для проверки остаточных знаний

1.5.Граничные условия типа 1 для кубических сплайнов?

Ответы:

$F(X_0)=F_0; F(X_n)=F_n$

$$F'(X_0)=DF_0; F'(X_n)=DF_n$$

2.4. Какой должна быть матрица  $A$  в СЛАУ  $AX=B$  для сходимости метода прогонки?

Ответы:

1. Треугольная;
2. Наддиагональная;
3. С диагональным преобладанием.

Верный ответ: 3.

3.2. Какое минимальное количество узлов с известными значениями самой функции и ее производной необходимо для построения эрмитово кубического сплайна?

Ответы:

- 1.1;
- 2.2;
- 3.4

Верный ответ: 2.

4.3. Чему равняется дефект сплайнов?

Ответы:

- 1.1;
- 2.2;
- 3.4

Верный ответ: 1.

**3. Компетенция/Индикатор:** ИД-4<sub>ОПК-13</sub> Применяет численные методы и алгоритмы при проведении исследований мехатонных и робототехнических систем в процессе выполняемых ими операций

### Вопросы, задания

- 1.7. Определение В-сплайнов
- 2.8. Формула Кокса – де Бора
- 3.9. Решение задач интерполяции с помощью кубических В-сплайнов
- 4.10. Простейший способ локальной аппроксимации сплайнами
- 5.11. Кубические V-сплайны Шенберга

### Материалы для проверки остаточных знаний

1.8. В-сплайн нулевого порядка?

Ответы:

1. Единичный импульс на одном интервале;
2. Единичный импульс на трех интервалах;
3. функция в виде треугольника на двух интервалах.

Верный ответ: 1.

2.10. В какой производной происходит дефект интерполяции в кубических В-сплайнах?

Ответы:

- 1.1;
- 2.2;
- 3.3

Верный ответ: 3.

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Работа выполнена в рамках "продвинутого" уровня. Ответы даны верно, четко сформулированные особенности практических решений

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "базового" уровня. Большинство ответов даны верно. В части материала есть незначительные недостатки

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 65*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа выполнена в рамках "порогового" уровня. Основная часть задания выполнена верно. на вопросы углубленного уровня

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Работа не выполнена или выполнена преимущественно неправильно

### ***III. Правила выставления итоговой оценки по курсу***

Оценка выставляется по формуле  $0.3 \cdot \text{"оценка текущей аттестации"} + 0.7 \cdot \text{"оценка промежуточной аттестации"}$  с математическим округлением