

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 15.04.06 Мехатроника и робототехника

Наименование образовательной программы: Разработка компьютерных технологий управления и математического моделирования в робототехнике и мехатронике

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная


**Рабочая программа дисциплины**  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЛОКОМОЦИОННЫХ И**  
**МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ**

Блок:	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
Часть образовательной программы:	Обязательная
№ дисциплины по учебному плану:	Б1.О.09
Трудоемкость в зачетных единицах:	1 семестр - 5;
Часов (всего) по учебному плану:	180 часов
Лекции	1 семестр - 16 часов;
Практические занятия	1 семестр - 48 часа;
Лабораторные работы	не предусмотрено учебным планом
Консультации	1 семестр - 2 часа;
Самостоятельная работа	1 семестр - 113,5 часов;
в том числе на КП/КР	не предусмотрено учебным планом
Иная контактная работа	проводится в рамках часов аудиторных занятий
включая:	
Контрольная работа	
Расчетно-графическая работа	
Промежуточная аттестация:	
Экзамен	1 семестр - 0,5 часа;

**Москва 2025**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**


Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Кобрин А.И.
	Идентификатор	R1f56b9b2-KobrinAI-2633e8f9

А.И. Кобрин


**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной  
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Свириденко О.В.
	Идентификатор	R9097b88f-SviridenkoOV-16830d5

О.В.  
Свириденко

Заведующий выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883

И.В. Меркурьев

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение методов формирования и исследования математических моделей локомоторных и манипуляционных роботов и сопутствующего математического аппарата, применяемых при компьютерном моделировании робототехнических систем для исследования их движения и планирования траекторий рабочих органов.

### Задачи дисциплины

- изучение применяемых при построении математических моделей робототехники методов механики и лежащего в основе данных методов математического аппарата;
- изучение методов решения прикладных задач в области компьютерного моделирования робототехнических систем;
- формирование устойчивых навыков по применению арсенала методов математического моделирования при решении робототехнических задач, включая методы построения программного движения роботов, методы минимизации энергетических затрат и современных синергетических подходов;
- изучение методов анализа и синтеза походок шагающих аппаратов.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-4 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при моделировании технологических процессов	ИД-1 <sub>ОПК-4</sub> Использует имеющиеся программные пакеты и, при необходимости, разрабатывает новое программное обеспечение, необходимое для обработки информации и управления в мехатронных и робототехнических системах, а также для их проектирования	уметь: - моделировать движение конкретных шагающих аппаратов и манипуляционных роботов, используя современные программные пакеты.
ОПК-11 Способен организовывать разработку и применение алгоритмов и современных цифровых программных методов расчетов и проектирования отдельных устройств и подсистем мехатронных и робототехнических систем с использованием стандартных исполнительных и управляющих устройств, средств автоматизации, измерительной и вычислительной техники	ИД-1 <sub>ОПК-11</sub> Организует разработку математического обеспечения процедур анализа и синтеза проектных решений мехатронных и робототехнических устройств	знать: - основные методы анализа и синтеза походок шагающих аппаратов.  уметь: - проводить анализ и синтез походок шагающих аппаратов, проводить аналитическое и численное исследование периодических походок.

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
в соответствии с техническим заданием, разрабатывать цифровые алгоритмы и программы управления робототехнических систем		
ОПК-13 Способен использовать основные положения, законы и методы естественных наук и математики при формировании моделей и методов исследования мехатронных и робототехнических систем	ИД-3 <sub>ОПК-13</sub> Разрабатывает математические модели мехатронных и робототехнических систем, их подсистем, включая исполнительные, информационно-сенсорные и управляющие модули, с применением методов формальной логики, методов конечных автоматов, сетей Петри, методов искусственного интеллекта, нечеткой логики, генетических алгоритмов, искусственных нейронных и нейро-нечетких сетей	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные методы теоретической механики, используемые при исследовании движения шагающих аппаратов;</li> <li>- основные методы теоретической механики, используемые при исследовании движения манипуляционных роботов.</li> </ul> <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- разрабатывать математические модели шагающих аппаратов, используя методы теоретической механики;</li> <li>- разрабатывать математические модели манипуляционных роботов, используя методы теоретической механики.</li> </ul>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Разработка компьютерных технологий управления и математического моделирования в робототехнике и мехатронике (далее – ОПОП), направления подготовки 15.04.06 Мехатроника и робототехника, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Базируется на уровне высшего образования (бакалавриат, специалитет).

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Математические модели шагающих аппаратов	48	1	4	-	12	-	-	-	-	-	32	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Математические модели шагающих аппаратов"</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу и подготовка к контрольной работе</p> <p><b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Математические модели шагающих аппаратов"</p> <p><b><u>Подготовка расчетно-графического задания:</u></b> Подготовка РГР, вывод уравнений движения шестиногого ША, исследование движения ША с использованием математического пакета</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], с. 295-313 [3], с. 8-52, с. 64-77</p>	
1.1	Математические модели шагающих аппаратов	48		4	-	12	-	-	-	-	-	32	-		
2	Исследование движения двуногих шагающих аппаратов	48		6	-	18	-	-	-	-	-	-	24	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Исследование движения двуногих шагающих аппаратов"</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу и подготовка к контрольной работе</p>
2.1	Исследование движения двуногих шагающих аппаратов	48		6	-	18	-	-	-	-	-	-	24	-	

													<b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Исследование движения двуногих шагающих аппаратов" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 117-174
3	Математические модели манипуляционных роботов	48	6	-	18	-	-	-	-	-	24	-	<b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Повторение материала по разделу "Математические модели манипуляционных роботов"
3.1	Математические модели манипуляционных роботов	48	6	-	18	-	-	-	-	-	24	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу и подготовка к контрольной работе <b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Математические модели манипуляционных роботов" подготовка к выполнению заданий на практических занятиях <b><u>Самостоятельное изучение теоретического материала:</u></b> Изучение дополнительного материала по разделу "Математические модели манипуляционных роботов" <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], с. 259-277, с. 301-310 [4], с. 12-37
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	180.0	16	-	48	-	2	-	-	0.5	80	33.5	
	Итого за семестр	180.0	16	-	48	2	-	-	-	0.5	113.5		

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### **3.2 Краткое содержание разделов**

#### 1. Математические модели шагающих аппаратов

##### 1.1. Математические модели шагающих аппаратов

Синергия. Комфортабельное движение. Фазы и типы движения. Регулярные, симметричные, повторяющиеся походки. Алгоритм исследования энергетики комфортабельной походки. Решение краевой задачи, обеспечивающее периодическое пошаговое движение аппарата. Процедура решения краевой задачи в пакете Mathematica. Применение общих теорем динамики и уравнений аналитической механики для составления уравнений движения шагающих аппаратов. Типовые упрощения при исследовании динамики ША.

#### 2. Исследование движения двуногих шагающих аппаратов

##### 2.1. Исследование движения двуногих шагающих аппаратов

Ритмика и кинематика двуногой ходьбы. Диаграмма Вильсона. «Дельта-параметры» двухопорной фазы. Квадрат «Тау-тэ». Теорема о ритме ходьбы. Энергетические затраты при ходьбе шагающего аппарата. Энергетические затраты при беге двуногого аппарата. Оценка работы при ходьбе и беге. Число Фруда. Кинематика опорной ноги при комфортабельном движении точки подвеса ног. Задача о комфортабельной подходе двуногого аппарата. Применение обобщённых функций. Функция Хевисайда. Функция Дирака. Импульсное управление. Введение обобщённых функций. «Слабые решения». Теория удара. Ударное взаимодействие с опорой. Задача о движении двузвенника со скреплёнными звеньями. Принцип Мизеса. Статически неопределимые системы с диссипацией. Аксиома Мизеса. Определение реакции в задаче о качающемся двузвеннике.

#### 3. Математические модели манипуляционных роботов

##### 3.1. Математические модели манипуляционных роботов

Однозвенный манипулятор. Задача о позиционировании манипулятора с учетом конечной жесткости звена. Неполный вектор наблюдения. Построение управления с использованием принципа обратной связи. Наблюдатель Люенбергера. Оптимизация конструкции и траекторий движения манипулятора. Задача минимизации энергозатрат при перемещении грузов. Оптимальные траектории движения манипулятора. Условия оптимальности конструкции манипулятора. Манипуляторы параллельной и гибридной кинематической структуры. Платформа Стюарта – параллельный механизм с шестью степенями свободы. Робот ГЕКСАПОД с системой линейных приводов. Прямая и обратная задачи кинематики параллельного манипулятора. Анализ рабочей зоны манипулятора параллельной структуры. Особые положения манипулятора.

### **3.3. Темы практических занятий**

1. Составление уравнений движения шагающего аппарата с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода для одноопорной фазы (4 часа).
2. Составление уравнений движения шагающего аппарата с помощью общих теорем динамики для одноопорной фазы (4 часа).
3. Уравнения Лагранжа с неопределёнными множителями (2 часа).
4. Задача о переносе ноги ША (2 часа).
5. Ритмика и кинематика двуногой ходьбы. (4 часа).
6. «Дельта-параметры» двухопорной фазы. Квадрат «Тау-тэ». (2 часа).
7. Энергетические затраты при ходьбе и беге шагающего аппарата. (2 часа).
8. Алгоритм исследования энергетики комфортабельной походки (2 часа).

9. Решение краевой задачи, обеспечивающее периодическое пошаговое движение аппарата (4 часа).
10. Исследование колебаний корпуса шагающего аппарата при ходьбе (4 часа).
11. Однозвенный манипулятор. Задача о позиционировании манипулятора с учетом конечной жесткости звена. (4 часа).
12. Манипуляторы последовательной, параллельной и гибридной кинематической структуры. (2 часа).
13. Прямая и обратная задача кинематики и динамики манипулятора (4 часа).
14. Обратная задача кинематики мобильного манипулятора (2 часа)
15. Проблема кинематической избыточности манипулятора (2 часа).
16. Задача стабилизации траекторного движения мобильного робота-манипулятора (4 часа).

### **3.4. Темы лабораторных работ** не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

#### *Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Математические модели шагающих аппаратов"
2. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Исследование движения двуногих шагающих аппаратов"
3. Обсуждение материалов по кейсам раздела "Математические модели манипуляционных роботов"

#### *Текущий контроль (ТК)*

1. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Математические модели шагающих аппаратов"
2. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Исследование движения двуногих шагающих аппаратов"
3. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Математические модели манипуляционных роботов"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ** Курсовой проект/ работа не предусмотрены



### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)			Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	
<b>Знать:</b>					
основные методы анализа и синтеза походок шагающих аппаратов	ИД-1 <sub>ОПК-11</sub>		+		Контрольная работа/Исследование комфортабельного движения двуногого шагающего аппарата
основные методы теоретической механики, используемые при исследовании движения манипуляционных роботов	ИД-3 <sub>ОПК-13</sub>			+	Контрольная работа/Принцип наименьшего принуждения в динамике манипулятора
основные методы теоретической механики, используемые при исследовании движения шагающих аппаратов	ИД-3 <sub>ОПК-13</sub>	+			Контрольная работа/Динамика шагающего аппарата Расчетно-графическая работа/Моделирование движения шестиногого шагающего аппарата
<b>Уметь:</b>					
моделировать движение конкретных шагающих аппаратов и манипуляционных роботов, используя современные программные пакеты	ИД-1 <sub>ОПК-4</sub>	+			Расчетно-графическая работа/Моделирование движения шестиногого шагающего аппарата
проводить анализ и синтез походок шагающих аппаратов, проводить аналитическое и численное исследование периодических походок	ИД-1 <sub>ОПК-11</sub>		+		Контрольная работа/Исследование комфортабельного движения двуногого шагающего аппарата
разрабатывать математические модели манипуляционных роботов, используя методы теоретической механики	ИД-3 <sub>ОПК-13</sub>			+	Контрольная работа/Принцип наименьшего принуждения в динамике манипулятора
разрабатывать математические модели шагающих аппаратов, используя методы теоретической механики	ИД-3 <sub>ОПК-13</sub>	+			Контрольная работа/Динамика шагающего аппарата Расчетно-графическая работа/Моделирование движения шестиногого шагающего аппарата

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **1 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Динамика шагающего аппарата (Контрольная работа)
2. Исследование комфортабельного движения двуногого шагающего аппарата (Контрольная работа)
3. Принцип наименьшего принуждения в динамике манипулятора (Контрольная работа)

Форма реализации: Проверка задания

1. Моделирование движения шестиногого шагающего аппарата (Расчетно-графическая работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Экзамен (Семестр №1)*

Оценка за экзамен определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 1 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Е. И. Воробьев, С. С. Гаврюшин, В. А. Глазунов, А. С. Горобцов, О. В. Емельянова- "Новые механизмы в современной робототехнике", Издательство: "Техносфера", Москва, 2018 - (316 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=597100>;
2. Зенкевич, С. Л. Основы управления манипуляционными роботами : учебник для вузов по специальности "Роботы и робототехнические системы" / С. Л. Зенкевич, А. С. Ющенко. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 480 с. – (Робототехника). – ISBN 5-7038-2567-9.;
3. Лапшин, В. В. Механика и управление движением шагающих машин / В. В. Лапшин. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 199 с. – ISBN 978-5-7038-3586-9.;
4. Кинематика, динамика и управление движением мобильного робота-манипулятора KUKA youBot : учебное пособие по курсам "Основы механики роботов", "Основы мехатроники и робототехники" по направлению "Мехатроника и робототехника" / Б. И. Адамов, О. М. Капустина, И. В. Меркурьев, Г. В. Панкратьева, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" (НИУ"МЭИ"). – М. : Изд-во МЭИ, 2018. – 71 с. – ISBN 978-5-7046-1978-9.  
<http://elib.mpei.ru/elib/view.php?id=10228>.

## 5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Антиплагиат ВУЗ;
6. Scilab.

## 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	С-215, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	С-215, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	С-215, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Лекционная аудитория	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	С-213, Учебная аудитория	стол, стул, доска меловая

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Математические модели локомоционных и манипуляционных роботов

(название дисциплины)

#### 1 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Динамика шагающего аппарата (Контрольная работа)
- КМ-2 Исследование комфортабельного движения двуногого шагающего аппарата (Контрольная работа)
- КМ-3 Принцип наименьшего принуждения в динамике манипулятора (Контрольная работа)
- КМ-4 Моделирование движения шестиногого шагающего аппарата (Расчетно-графическая работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Математические модели шагающих аппаратов					
1.1	Математические модели шагающих аппаратов		+			+
2	Исследование движения двуногих шагающих аппаратов					
2.1	Исследование движения двуногих шагающих аппаратов			+		
3	Математические модели манипуляционных роботов					
3.1	Математические модели манипуляционных роботов				+	
Вес КМ, %:			25	20	25	30