

**Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

**Направление подготовки/специальность: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника**

**Наименование образовательной программы: Электроэнергетика и электротехника**

**Уровень образования: высшее образование - бакалавриат**


**Форма обучения: Очная**

**Оценочные материалы  
по дисциплине  
Высшая математика**

**Москва  
2023**

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ РАЗРАБОТАЛ:


Разработчик

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Кириченко П.В.
	Идентификатор	R106dc7f8-KirichenkoPV-a94c9a9

П.В.  
Кириченко


## СОГЛАСОВАНО:

Руководитель  
образовательной  
программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Тульский В.Н.
	Идентификатор	R292b173d-TulskyVN-7e812984

В.Н.  
Тульский

Заведующий  
выпускающей кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Тульский В.Н.
	Идентификатор	R292b173d-TulskyVN-7e812984

В.Н.  
Тульский

## ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Оценочные материалы по дисциплине предназначены для оценки: достижения обучающимися запланированных результатов обучения по дисциплине, этапа формирования запланированных компетенций и уровня освоения дисциплины.

Оценочные материалы по дисциплине включают оценочные средства для проведения мероприятий текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Формируемые у обучающегося компетенции:

1. ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат при решении практических задач

ИД-2 Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений

ИД-3 Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики

и включает:

**для текущего контроля успеваемости:**

Форма реализации: Письменная работа

- 1 семестр КМ-1 «Числовые последовательности и ряды» (Контрольная работа)
- 1 семестр КМ-2 «Функции нескольких переменных» (Контрольная работа)
- 1 семестр КМ-3 "Кратные интегралы" (Контрольная работа)
- 1 семестр КМ-4 «Теория поля» (Контрольная работа)
- 2 семестр КМ-1 «Комплексные числа» (Контрольная работа)
- 2 семестр КМ-2 «Основы комплексного анализа» (Контрольная работа)
- 2 семестр КМ-3 «Теория вычетов» (Контрольная работа)
- 2 семестр КМ-4 «Дифференциальные уравнения» (Расчетно-графическая работа)
- 3 семестр КМ-1 «Уравнения в частных производных 1-го порядка» (Контрольная работа)
- 3 семестр КМ-2 «Начально-краевые задачи» (Контрольная работа)
- 3 семестр КМ-3 «Теория вероятностей» (Контрольная работа)
- 3 семестр КМ-4 «Краевые задачи» (Контрольная работа)

## БРС дисциплины

2 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	7	11	15
Последовательности и ряды					
Последовательности и ряды		+			
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных					
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных			+		

Кратные интегралы и теория поля				
Кратные интегралы			+	
Теория поля				+
Вес КМ:	25	25	25	25

### 3 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
	Срок КМ:	4	7	11	15
Функции комплексного переменного					
Комплексные числа		+			
Аналитические функции			+		
Теория вычетов				+	
Обыкновенные дифференциальные уравнения					
Обыкновенные дифференциальные уравнения					+
Вес КМ:	25	25	25	25	25

### 4 семестр

Раздел дисциплины	Веса контрольных мероприятий, %				
	Индекс КМ:	КМ-9	КМ-10	КМ-12	КМ-12
	Срок КМ:	4	8	13	15
Уравнения математической физики					
Уравнения математической физики		+	+	+	
Теория вероятностей					
Теория вероятностей					+
Вес КМ:	25	25	25	25	25

\$Общая часть/Для промежуточной аттестации\$

## СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

### I. Оценочные средства для оценки запланированных результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индекс компетенции	Индикатор	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Контрольная точка
ОПК-3	ИД-2 <sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений	<p>Знать:</p> <p>основные понятия и определения теории функций нескольких переменных</p> <p>основные понятия и определения интегрального исчисления функций нескольких переменных</p> <p>понятие комплексного числа, различные формы его представления</p> <p>понятие ряда Фурье</p> <p>общее решение уравнений гиперболического и параболического типа</p> <p>Уметь:</p> <p>вычислять поток и циркуляцию векторного поля</p> <p>применять кратные интегралы к вычислению площадей, объемов, физических величин</p>	<p>1 семестр КМ-1 «Числовые последовательности и ряды» (Контрольная работа)</p> <p>1 семестр КМ-2 «Функции нескольких переменных» (Контрольная работа)</p> <p>1 семестр КМ-3 "Кратные интегралы" (Контрольная работа)</p> <p>1 семестр КМ-4 «Теория поля» (Контрольная работа)</p> <p>2 семестр КМ-1 «Комплексные числа» (Контрольная работа)</p> <p>2 семестр КМ-2 «Основы комплексного анализа» (Контрольная работа)</p> <p>2 семестр КМ-3 «Теория вычетов» (Контрольная работа)</p> <p>2 семестр КМ-4 «Дифференциальные уравнения» (Расчетно-графическая работа)</p> <p>3 семестр КМ-1 «Уравнения в частных производных 1-го порядка» (Контрольная работа)</p> <p>3 семестр КМ-2 «Начально-краевые задачи» (Контрольная работа)</p> <p>3 семестр КМ-4 «Краевые задачи» (Контрольная работа)</p>

		<p>решать дифференциальные уравнения операционным методом</p> <p>дифференцировать и интегрировать функции комплексного переменного</p> <p>исследовать на сходимость числовые и степенные ряды</p> <p>применять теорию вычетов для вычисления интегралов</p> <p>исследовать на экстремум функции двух переменных</p> <p>решать основные виды обыкновенных дифференциальных уравнений</p> <p>решать краевые задачи для уравнения Лапласа и Пуассона в круге и прямоугольнике</p> <p>решать краевые задачи для уравнения колебания струны, уравнения теплопроводности</p>	
ОПК-3	ИД-3 <sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики	Знать: основные понятия и теоремы теории вероятностей	3 семестр КМ-3 «Теория вероятностей» (Контрольная работа)

**II. Содержание оценочных средств. Шкала и критерии оценивания**

**2 семестр**

**КМ-1. 1 семестр КМ-1 «Числовые последовательности и ряды»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Числовые последовательности и ряды» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Исследование рядов на сходимость. Основные понятия и теоремы теории числовых рядов

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: понятие ряда Фурье	1.Разложить функцию $f(x)= x $ , $-2<x<2$ в ряд Фурье и построить графики $f(x)$ , $F(x)$ , $S(x)$
Уметь: исследовать на сходимость числовые и степенные ряды	1.Исследование на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^4+2}$ 2.Исследование на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n2^n$ 3.Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n(n+3)}$ 4.Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n}}$

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

**КМ-2. 1 семестр КМ-2 «Функции нескольких переменных»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Функции нескольких переменных» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Вычисление производной функции нескольких переменных. Вычисление производной по направлению, градиента. Вычисление производной неявной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Вычисление локальных экстремумов функции нескольких переменных.

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: основные понятия и определения теории функций нескольких переменных	1. Найти частные производные сложной функции $z=7xy+\ln(x/y)-\operatorname{tg}(xy)$ 2. Найти для функции $u(x,y)=5x-3xy+7xyz$ производную по направлению от т. А(2,0,1) к т. В(3,2,-1) 3. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 + y^2$ в т. М(1,-2,5)
Уметь: исследовать на экстремум функции двух переменных	1. Уметь вычислять частные производные и дифференциалы, применять аппарат дифференциального исчисления функций нескольких переменных для решения различных типовых задач 2. Уметь исследовать на экстремум функции двух переменных 3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = (x - 1)^2 - y^2$ в круге $x^2 + y^2 \leq 4$ 4. Найти экстремум функции $u=xyz$ при условии, что $x, y, z$ связаны уравнением $x+y+z=6=0$ 5. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = -2y^3 + 6y^2 - x^2 - 6xy + 8x$

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

### КМ-3. 1 семестр КМ-3 "Кратные интегралы"

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Кратные интегралы» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Вычисление кратных (двойных и тройных) интегралов.

**Контрольные вопросы/задания:**

<p>Знать: основные понятия и определения интегрального исчисления функций нескольких переменных</p>	<p>1. Вычислить <math>\int_0^1 \int_0^1 (3xy - x) \, dx \, dy</math></p> <p>2. Вычислить <math>\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (xyz - 2e + z) \, dx \, dy \, dz</math></p> <p>3. Вычислить <math>\iiint \frac{x}{4x + y + z} \, dx \, dy \, dz</math>, <math>x + y + 4x = 0, z = 8 - y, z = 0</math></p>
<p>Уметь: применять кратные интегралы к вычислению площадей, объемов, физических величин</p>	<p>1. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями <math>\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ z = 25 \end{cases}</math></p> <p>2. Вычислить площадь, ограниченную кривыми <math>\begin{cases} x^2 + y^2 = 4x \\ y \leq x, \text{nbsp}; y \geq 0, \text{nbsp}; y = 0 \end{cases}</math></p>

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

### КМ-4. 1 семестр КМ-4 «Теория поля»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Теория поля» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Вычисление потока и дивергенции векторного поля. Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Вычисление циркуляции и ротора векторного поля.

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: вычислять поток и циркуляцию векторного поля	<p>1. Найти модуль потока векторного поля <math>\vec{a} = x^2\vec{i} - z^2\vec{j} + y^2\vec{k}</math> через замкнутую поверхность <math>\Sigma: \begin{cases} z = x^2 + y^2, &amp; \text{nbsp}; &amp; z = 4 \\ x = 0, &amp; \text{nbsp}; &amp; y = 0, &amp; \text{nbsp}; &amp; x \geq 0, &amp; \text{nbsp}; &amp; y \geq 0 \end{cases}</math></p> <p>2. Найти модуль циркуляции векторного поля <math>\vec{a} = x^2\vec{i} - (z^2 + z)\vec{j} + y^2\vec{k}</math> по кривой <math>L: \{y^2 + z^2 = 4, \text{nbsp}; x = 2\}</math></p> <p>3. Найти работу векторного поля <math>\vec{a} = x^2\vec{i} - y^2\vec{j} + z^2\vec{k}</math> по кривой <math>L: \{y = x^2, \text{nbsp}; z = 1\}</math> от точки <math>A(0,0,1)</math> до точки <math>B(-1,1,1)</math></p>
---	---

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

**3 семестр****КМ-1. 2 семестр КМ-1 «Комплексные числа»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Комплексные числа» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Преобразование выражений, содержащих комплексные числа. Различные формы записи комплексного числа.

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: понятие комплексного	1. Сформулировать условия применения формулы
-----------------------------	--

числа, различные формы его представления	Муавра для извлечения корня из комплексного числа 2.Знать алгебраическое представление основных элементарных аналит. функций 3.Записать комплексное число $z=3+2i$ в тригонометрической и показательной формах 4.Изобразить область на комплексной плоскости: $ z-i + z+i <4$ 5.Найти модуль и аргумент числа $z=1-3i$
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено*

**КМ-2. 2 семестр КМ-2 «Основы комплексного анализа»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Основы комплексного анализа» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Действия с функциями комплексного переменного

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: дифференцировать и интегрировать функции комплексного переменного	1. Восстановить с точностью до постоянный аналитическую функцию $f(z)=u(x,y)+v(x,y)i$ , если $u(x,y)=x^2+4x-y^2+4$ , $f(1)=9$ 2. разложить функцию в ряд Лорана в окрестности точки $z_0 = 2$ $f(z) = \sin\left(\frac{z - 4z - 4z}{z - 2}\right)$
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

### КМ-3. 2 семестр КМ-3 «Теория вычетов»

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Теория вычетов» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Вычисление интегралов с помощью вычетов

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: применять теорию вычетов для вычисления интегралов

Вариант №

Задача 1. Разложить функцию в ряд Лорана в указанном кольце

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}; \quad 2 < |z| < 3.$$

Задача 2. Найти  $\oint_{|z|=0.5} \frac{e^z dz}{(z+1)(z-2)^2}$ .

Задача 3. Найти  $\oint_{|z|=0.5} \frac{(e^z - 1) dz}{z^3}$ .

Задача 4. Используя вычеты, найти  $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 + 2 \sin(x)}$ .

Задача 5. Используя вычеты, найти  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x) dx}{x^2 + 4x + 5}$ .

1.

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено*

#### **КМ-4. 2 семестр КМ-4 «Дифференциальные уравнения»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Расчетно-графическая работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС: 25**

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Дифференциальные уравнения» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Решение дифференциальных уравнений

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: решать дифференциальные уравнения операционным методом	1. Уметь находить изображение по данному оригиналу 2. Уметь находить оригинал по данному изображению для простейших элементарных функций
Уметь: решать основные виды обыкновенных дифференциальных уравнений	1. Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения: $y' = \sqrt{\frac{1+y^2}{1+x^2}}$ 2. Решить задачу Коши $\begin{cases} y' \cdot \operatorname{ctgx} - y = 2\cos^2 x \cdot \operatorname{ctgx} \\ y(0) = 0 \end{cases}$ 3. Найти общее решение однородного уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$ 4. Найти общее решение неоднородного уравнения $y'' - 2y' - 3y = e^x$ 5. Записать в операционной форме диф-ое уравнение $y'' - y' = \sin 2x, y(0) = 0, y'(0) = 0$

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

*Оценка:* 2

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

**4 семестр**

**КМ-9. 3 семестр КМ-1 «Уравнения в частных производных 1-го порядка»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Уравнения в частных производных 1-го порядка» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Найти общее решение ДУ с частными производными первого порядка.

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: общее решение уравнений гиперболического и параболического типа	1.общее решение уравнений гиперболического и параболического типа 2.Найти его общее решение: $x \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + z \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0$
--	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка:* 5

*Нижний порог выполнения задания в процентах:* 90

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

*Оценка:* 4

*Нижний порог выполнения задания в процентах:* 70

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

*Оценка:* 3

*Нижний порог выполнения задания в процентах:* 60

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

*Оценка:* 2

*Описание характеристики выполнения знания:* Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

**КМ-10. 3 семестр КМ-2 «Начально-краевые задачи»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Начально-краевые задачи» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Найти решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности, волнового уравнения на отрезке.

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: решать краевые задачи для уравнения колебания струны, уравнения теплопроводности	1.решать краевые задачи для уравнения колебания струны, уравнения теплопроводности 2.Решить начально-краевую задачу на отрезке: $u_{tt}^{tt} = au_{xx}^{xx}xx_{xx}, u(x, 0) = x, u_t^t t_t (x, 0) = 1, x \in [0, \pi]$ $u_x^x x_x (0, t) = 0, u_x^x x_x (\pi, t) = 0, t \in [0, +\infty)$ 3.Решить начально-краевую задачу на отрезке: $u_{tt}^{tt} = au_{xx}^{xx} + x \setminus exponential E, u(x, 0) = 0, u_t^t t_t (x, 0) = 0, x \in [0, 1]$ $u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, t \in [0, +\infty)$ 4.Решить начально-краевую задачу на отрезке: $u_t^t = au_{xx}^{xx}xx_{xx}, u(x, 0) = 7\sin 2x + \frac{1-x}{\pi}, x \in [0, \pi]$ $u(0, t) = 1, u(\pi, t) = t, t \in [0, +\infty)$
---	--

**Описание шкалы оценивания:**

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 90

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 70

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено

**КМ-12. 3 семестр КМ-4 «Краевые задачи»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Краевые задачи» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

решить краевую задачу для уравнения Лапласа и Пуассона в различных областях

**Контрольные вопросы/задания:**

Уметь: решать краевые задачи для уравнения Лапласа и Пуассона в круге и	1.решать краевые задачи для уравнения Лапласа и Пуассона в круге и прямоугольнике 2.Найти решение $u(x,t)$ краевой задачи для уравнения
---	--

прямоугольнике	<p>Лапласа в кольце <math>a &lt; \rho &lt; b</math>, <math>0 \leq \varphi \leq 2\pi</math> со следующими граничными условиями:  <math>u_{\rho}^{\rho} (a, \varphi) = \sin\varphi</math></p> <p>3.Найти решение <math>u(x,t)</math> краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике <math>0 &lt; x &lt; a</math>, <math>0 \leq y \leq b</math> со следующими граничными условиями:  <math>u_x^x x_x (0, y) = u_x^x x_x (a, y) = 0</math>  <math>u(x, 0) = 1, u(x, b) = 2</math></p> <p>4.Найти решение <math>u(x,t)</math> краевой задачи для уравнения Пуассона в круге <math>\rho &lt; a</math>, <math>0 \leq \varphi \leq 2\pi</math> со следующими граничными условиями:  <math>u(a, \varphi) = 0,  u(0, \varphi)  &lt; \infty</math></p>
----------------	--

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено*

**КМ-12. 3 семестр КМ-3 «Теория вероятностей»**

**Формы реализации:** Письменная работа

**Тип контрольного мероприятия:** Контрольная работа

**Вес контрольного мероприятия в БРС:** 25

**Процедура проведения контрольного мероприятия:** Контрольную работу «Теория вероятностей» студенты пишут на практическом занятии на 2 часа.

**Краткое содержание задания:**

Контрольная точка направлена на усвоение приёмов и методов решения задач по элементарной теории вероятностей

**Контрольные вопросы/задания:**

Знать: основные понятия и теоремы теории вероятностей	<p>1.Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях – это:  а) самое маленькое из возможных чисел;  б) самое большое из возможных чисел;  в) число, которому соответствует наименьшая вероятность;  г) число, которому соответствует</p>
---	--

	<p>наибольшая вероятность.</p> <p>2. Что такое среднее квадратическое отклонение?</p> <p>3. Случайную величину <math>X</math> умножили на постоянный множитель <math>k</math>. Как от этого изменится ее математическое ожидание?</p> <p>4. Пусть <math>X = (x_1, x_2, \dots, x_n)</math> – дискретная случайная величина, <math>p_i</math> – вероятности появления <math>x_i</math>. Тогда математическое ожидание <math>M(X)</math> случайной величины <math>X</math> рассчитывается по формуле:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 1) <math>M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i</math></li> <li>2. 2) <math>M(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i</math></li> <li>3. 3) <math>M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i^2</math></li> <li>4. 4) <math>M(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i^2</math></li> </ol> <p>5. В партии из четырех деталей имеется две стандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Найти математическое ожидание числа стандартных деталей среди отобранных.</p> <p>6. От аэровокзала отправились три автобуса - экспресса к трапам самолета. Вероятность своевременного прибытия автобусов в аэропорт одинакова и равна 0,9. Случайная величина <math>X</math> - число своевременно прибывших автобусов. Найти математическое ожидание <math>m</math> величины <math>X</math>.</p> <p>7. В первом ящике 20 белых и 1 чёрный шар, во втором 50 белых и 6 чёрных. Из первого ящика во второй переложили 11 шаров, затем из второго извлекли 1 шар. Найти вероятность того, что выбранный шар - белый.</p> <p>8. Из колоды в 52 карты извлекаются наудачу 4 карты. Вероятность того, что среди них окажутся ровно две пики равна</p>
--	---

**Описание шкалы оценивания:**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 90*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "отлично" выставляется если задание выполнено в полном объеме или выполнено преимущественно верно*

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 70*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "хорошо" выставляется если большинство вопросов раскрыто. выбрано верное направление для решения задач*

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "удовлетворительно" выставляется если задание преимущественно выполнено*

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания: Оценка "неудовлетворительно" выставляется если задание выполнено неверно или преимущественно не выполнено*

# СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 2 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

### Пример билета

1. Определение и свойства двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла.
2. Ротор векторного поля. Формула Стокса.
3. Найти  $df$ , если  $f = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$
4. Исследовать на сходимость ряд:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

### Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений

### Вопросы, задания

1. Функции нескольких переменных.
2. Кратные (двойные и тройные) интегралы.
3. Поверхностные интегралы.
4. Криволинейные интегралы.
5. Скалярные и векторные поля.
6. Числовые последовательности и ряды.
7. Функциональные последовательности и ряды.
8. Степенные ряды.
9. Ряды Фурье.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = x^2 + y^2$  в точке (1; 1) есть:

Ответы:

1)  $z - 2x - 2y + 2 = 0$

2)  $z = x + y$

3)  $z = 0$

Верный ответ: 1

2. Точка  $x = 1, y = 0$  является для функции  $f = x^2 + y^2 - 2x$

Ответы:

1) точкой минимума

2) точкой максимума

3) точкой перегиба

Верный ответ: 1

3. Вычислить интеграл  $\int_3^4 dx \int_1^2 \frac{1}{(x+y)^2} dy$

Ответы:

- 1)16
- 2)-2
- 3)ln5
- 4)ln(25|24)
- 5)ln1

Верный ответ: 4

4.Вычислить интеграл  $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^3 z\sqrt{x^2+y^2} dz$

Ответы:

- 1)8
- 2)-3
- 3)0
- 4)15

Верный ответ: 1

5.Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми:  $x=4$ ;  $y=x$ ;  $xy=4$

Ответы:

- 1)36
- 2)6-4ln2
- 3)1+ln4
- 4)-1+2ln3
- 5)-14

Верный ответ: 2

6.Найти поток векторного поля  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  через внешнюю сторону боковой поверхности цилиндра  $x^2 + y^2 = 4$ , ограниченную плоскостями  $z=0$ ,  $z=3$

Ответы:

- 1)0
- 2)2П
- 3)24П
- 4)-П
- 5)12П

Верный ответ: 3

7.Вычислить работу силового поля  $\vec{F} = (x^2 + 2xy)\vec{i} + (x^2 + y^2)\vec{j}$  вдоль параболы  $y = x^2$  от  $M(0,0)$  до  $N(1,1)$

Ответы:

- 1)2
- 2)0
- 3)-0,5
- 4)5/3
- 5)0,25

Верный ответ: 4

8.Найти ротор вектора  $\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (y^2 + z^2)\vec{j} + (z^2 + x^2)\vec{k}$

Ответы:

- 1)(-2z,-2x,-2y)
- 2)(x,y,z)
- 3)(2z,y,2x)
- 4)(-x,2z,y)
- 5)(0,0,0)

Верный ответ: 1

9.Найти сумму ряда  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{8^n}{3^{2n+1}}$

Ответы:

- 1)3
- 2)6,32
- 3)8
- 4)0

Верный ответ: 1

10.Ряд  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2n+1}$

Ответы:

- 1)расходится
- 2)сходится

Верный ответ: 1

11.Ряд  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n^2}$

Ответы:

- 1)расходится
- 2)сходится

Верный ответ: 2

12.Ряд  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+3}$

Ответы:

- 1)расходится
- 2)сходится условно
- 3)сходится абсолютно

Верный ответ: 2

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».

### 3 семестр

#### Форма промежуточной аттестации: Экзамен

#### Пример билета

1. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
2. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений однородного уравнения.
3. Решить уравнение  $z^4+z^2+1=0$
4. Решить задачу Коши операционным методом  $y''-y=0$ ,  $y(0)=1$ ,  $y'(0)=0$

#### Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

#### *1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины*

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2<sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений

#### Вопросы, задания

1. Комплексное число и действия над комплексными числами.
2. Функции комплексной переменной их свойства.
3. Аналитические функции.
4. Интеграл по комплексной переменной.
5. Ряды аналитических функций.
6. Теория вычетов и их приложения.
7. Основные понятия операционного исчисления.
8. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
9. Системы дифференциальных уравнений.
10. Теория устойчивости.

#### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Найти оригинал по Лапласу функции  $F(p) = \frac{4}{(p-3)+16}$

Ответы:

- 1)  $e^{3t} \sin(4t) \eta(t)$
- 2)  $e^{3t} \cos(2t) \eta(t)$
- 3)  $\sin(5t) \eta(t)$
- 4)  $\cos(t) \eta(t)$

Верный ответ: 1

2. Записать в операционной форме диф-ое уравнение  $y''-y'=\cos 2x$ ,  $y(0)=0$ ,  $y'(0)=0$

Ответы:

- 1)  $Y(p)+pY(p)=(p^2+4)$
- 2)  $Y(p)-pY(p)=p/(p^2)$
- 3)  $p^3Y(p)+pY(p)=p^2+4$
- 4)  $p^2*Y(p)-pY(p)=p/(p^2+4)$

Верный ответ: 4

3. Найти  $\arg(2-3i)$

Ответы:

- 1)  $-\arctg(3/2)$
- 2)  $\arctg 3$
- 3)  $\arctg(2/3)$
- 4) 0

Верный ответ: 1

4. Найти все корни уравнения  $z^3=8$

Ответы:

- 1)  $2, -1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}$
- 2)  $2, 2i, -i$
- 3) 2
- 4)  $2i$

Верный ответ: 1

5. Найти  $|(1+5i)/(2-6i)|$

Ответы:

- 1) 0,1
- 2)  $2/6$
- 3)  $\frac{\sqrt{65}}{10}$
- 4)  $\sqrt{3}$

Верный ответ: 3

6. Представить число  $z = \frac{1+5i}{2-6i}$  в алгебраической форме

Ответы:

- 1)  $-0,7+0,4i$
- 2)  $0,4-0,7i$
- 3) 0
- 4)  $2+3i$

Верный ответ: 1

7. Найти изображение по Лапласу функции  $f(t) = \cos(3t)\eta(t)$

Ответы:

- 1)  $p/(p^2-7)$
- 2)  $p/(p^2+9)$
- 3)  $1/p$
- 4)  $1/(p^2-1)$

Верный ответ: 2

8. Решением задачи Коши  $y' = \frac{y}{2x} + \frac{y^2}{4x^2}$ ,  $y(1) = 2$  является:

Ответы:

- 1)  $y=3x+1$
- 2)  $y=-x+C$
- 3)  $y=4$
- 4)  $y=2x$

Верный ответ: 4

9. Решение задачи Коши  $y'' + y = 1$ ,  $y(0) = 1$  есть:

Ответы:

- 1)  $y=1$
- 2)  $y=3x+2$
- 3)  $y=-2x+C$
- 4)  $y=x+C$

Верный ответ: 1

## II. Описание шкалы оценивания

Оценка: 5

Нижний порог выполнения задания в процентах: 95

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

Оценка: 4

Нижний порог выполнения задания в процентах: 80

Описание характеристики выполнения знания: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

Оценка: 3

Нижний порог выполнения задания в процентах: 60

Описание характеристики выполнения знания: допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

Оценка: 2

Описание характеристики выполнения знания: допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

## III. Правила выставления итоговой оценки по курсу

Итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».

### 4 семестр

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

### Пример билета

1. Дайте определение замкнутой ортонормированной системы. Запишите и докажите равенство Парсеваля для таких систем. Докажите теорему о сходимости по норме данного евклидова пространства к элементу  $f$  ряда Фурье этого элемента по замкнутой ортонормированной системе.
2. Внутри круга  $D$  решить краевую задачу:  
 $\Delta U = 0, D = \{(x, y): x + y < 25\}$   
ГУ:  $\frac{\partial U}{\partial n} = xu$ , при  $x + y = 25$
3. Дан нормальный закон распределения с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией, равной единице. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал  $[1, 3]$ .

### Процедура проведения

Экзамен проводится в виде устного опроса с предварительной подготовкой студента по материалам выбранного экзаменационного билета в течение 60-70 мин. учебного времени

## ***1. Перечень компетенций/индикаторов и контрольных вопросов проверки результатов освоения дисциплины***

**1. Компетенция/Индикатор:** ИД-2опк-3 Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений

### **Вопросы, задания**

1. Нормальный закон распределения, вероятностный и геометрический смысл его параметров. Вычисление вероятностей для нормального закона распределения. Функция Лапласа и ее свойства.
2. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.
3. Характеристики. Первые интегралы характеристической системы.
4. Общее решение. Задача Коши.
5. Классификация линейных уравнений в частных производных.
6. Задача Коши колебания струны с граничным условием первого и второго рода.
7. Задача Коши колебания бесконечной струны.
8. Теорема единственности решения задачи Коши для гиперболического уравнения. Краевые задачи для одномерного гиперболического уравнения.
9. Задача Штурма-Лиувилля.
10. Решение смешанной краевой задачи для волнового уравнения.
11. Постановка задач для эллиптических уравнений. Задачи Дирихле и Неймана.
12. Решение краевых задач уравнения Лапласа в круге и прямоугольнике.
13. Дайте определение евклидовых и нормированных линейных пространств бесконечной размерности. Приведите пример скалярного произведения и нормы, порожденной этим скалярным произведением, в пространстве кусочно-непрерывных функций. Дайте определение ортонормированной системы в бесконечномерном евклидовом пространстве. Приведите примеры таких систем.
14. Дайте определение обобщенного ряда Фурье элемента  $f$  по ортонормированной системе  $\{\psi_k^k\}$ . Что отличает  $n$ -ю частичную сумму ряда Фурье от произвольной линейной комбинации элементов ортонормированной системы.
15. Запишите и докажите тождество и неравенство Бесселя для элемента  $f$  евклидова бесконечномерного пространства и произвольной ортонормированной системы  $\{\psi_k^k\}$ .
16. Дайте определение замкнутой ортонормированной системы. Запишите и докажите равенство Парсеваля для таких систем. Докажите теорему о сходимости по норме данного евклидова пространства к элементу  $f$  ряда Фурье этого элемента по замкнутой ортонормированной системе.
17. Дайте определение полной ортонормированной системы. Сформулируйте и докажите теорему о связи замкнутости и полноты. Сформулируйте и докажите теорему о рядах Фурье по полной ортонормированной системе различных элементов евклидова пространства
18. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка (случай двух переменных). Канонический вид уравнений различного типа.
19. Вывод уравнения малых поперечных колебаний упругой струны. Постановка общей начально-краевой задачи для процесса таких колебаний.
20. Уравнение колебаний на неограниченной прямой. Постановка задачи Коши. Редукция общей задачи. Записать формулу, определяющую решение задачи для неоднородного уравнения с однородными начальными условиями (без док-ва).
21. Постановка задачи Коши для однородного уравнения колебаний на неограниченной прямой. Вывод формулы Даламбера.
22. Физическая интерпретация формулы Даламбера. Фазовая плоскость. Характеристический треугольник.

23. Уравнение колебаний на полупрямой. Сформулировать и доказать лемму о поведении при  $x=0$  функции, представимой формулой Даламбера. На основании доказанной леммы получить решение начально-краевой задачи для однородного уравнения колебаний с однородным граничным условием Дирихле.
24. Уравнение колебаний на полупрямой. Сформулировать и доказать лемму о поведении при  $x=0$  функции, представимой формулой Даламбера. На основании доказанной леммы получить решение начально-краевой задачи для однородного уравнения колебаний с однородным граничным условием Неймана.
25. Дайте определение функции Коши («импульсной функции») для линейного дифференциального оператора  $Lu = y + a_1^1 y + \dots + a_{n-1}^{n-1} y + a_n^n y$   
 Решение какой задачи можно получить, используя эту функцию? Сформулировать и доказать соответствующую теорему
26. Постановка общей начально-краевой задачи для уравнения колебаний на отрезке. Редукция общей задачи. Изложите общую схему метода разделения переменных (метода Фурье) для однородного уравнения с неоднородными начальными и однородными граничными условиями.
27. Задача Штурма-Лиувилля. Приведите примеры задач, в которых она возникает. Что означает «решить задачу Штурма-Лиувилля»? Перечислите свойства собственных функций и собственных значений.
28. Постановка общей начально-краевой задачи для уравнения колебаний на отрезке. Редукция общей задачи. Изложите общую схему метода разделения переменных (метода Фурье) для неоднородного уравнения с однородными начальными и граничными условиями.
29. Постановка общей начально-краевой задачи для уравнения колебаний на отрезке. Редукция общей задачи. Изложите общую схему метода разделения переменных (метода Фурье) для неоднородного уравнения с однородными начальными и граничными условиями.
30. Сформулируйте лемму о поведении решений уравнения  $(k(x)u(x))' - q(x)u = 0, x \in (a, b)$ , где  $k(x) = (x - a)\varphi(x)$ ,  $\varphi(a) = 0$ , в особых точках. Переформулируйте указанную лемму применительно к уравнению Бесселя.
31. Дайте определение цилиндрической функции. Приведите примеры графиков линейно независимых цилиндрических функций. Проведите аналогию между этими функциями и решениями уравнения  $y + ky = 0$ .
32. Постройте решение уравнения Бесселя в виде обобщенного степенного ряда. Приведите определение функции Бесселя с помощью такого ряда.
33. Процессы тепломассопереноса. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
34. Постановка общей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке. Редукция общей задачи. Изложите общую схему метода разделения переменных (метода Фурье) для однородного уравнения с неоднородным начальным и однородными граничными условиями.
35. Постановка общей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке. Редукция общей задачи. Изложите общую схему метода разделения переменных (метода Фурье) для неоднородного уравнения с однородными начальным и граничными условиями.
36. Постановка общей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке. Редукция общей задачи. Изложите общую схему решения задачи для однородного уравнения с однородным начальным и неоднородными граничными условиями.
37. Метод интегрального преобразования Фурье для решения уравнения теплопроводности на бесконечной прямой. Получить этим методом решение задачи для однородного уравнения.

38. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности на бесконечной прямой. Перечислите свойства фундаментального решения. Что такое «парадокс бесконечной теплопроводности»? Чем его можно объяснить?
39. Уравнение теплопроводности на бесконечной прямой. Постановка задачи и её редукция. Получить методом интегрального преобразования Фурье решение задачи для неоднородного уравнения с однородным начальным условием.
40. Получите первую и вторую формулы Грина для оператора Лапласа. Каковы условия их применимости?
41. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Получите третью формулу Грина в трехмерном случае.
42. Дайте определение гармонических функций. Перечислите основные свойства гармонических функций. Докажите теорему Гаусса и теорему о среднем.
43. Дайте определение гармонических функций. Перечислите основные свойства гармонических функций. Докажите принцип максимума и принцип сравнения.
44. Методом разделения переменных получите частные решения уравнения Лапласа в полярной системе координат.
45. Вывод формулы Пуассона для задачи на уравнение Лапласа в круге радиуса  $a$  с граничным условием Дирихле:  $u(a, \varphi) = f(\varphi)$ .
46. Методом разделения переменных получите частные решения уравнения Лапласа в сферической системе координат.
47. Написать преобразование, сводящее первую неоднородную краевую задачу к однородной
- $$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial u}{\partial x}, \quad u(x, 0) = \varphi(x), \quad u(0, t) = \mu_1^1 1_1(t), \quad u(1, t) = \mu_2^2 2_2(t)$$

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Пример бесконечномерного евклидова пространства и скалярного произведения в этом пространстве.
- Ответы:
- Определить линейное пространство, 8 аксиом, и ввести на нем скалярное произведение
- 1 пространство кусочно-непрерывных функций  $h[a, b]$  со скалярным произведением  $\int_a^a a_a f(x) \cdot g(x) \setminus differential Dx$
- 2 пространство функций  $h[a, b]$  со скалярным произведением  $\int_a^a a_a f(x) \cdot g(x) \setminus differential Dx$
- Верный ответ: 1
2. Норма элемента евклидова пространства, порожденная скалярным произведением в этом пространстве.
- Ответы:
- 1  $\|f\| = \sqrt{(f \cdot g)}$
- 2  $\|f\| = \int_a^a a_a f(x) \cdot g(x) \setminus differential Dx$
- 3  $|f| = (f \cdot g)$
- Верный ответ: 1
3. Равенство Парсеваля. Для каких систем оно справедливо?
- Ответы:
- 1  $\sum_{n=1}^n 1_{n1} f_k^k = \|f\|$ , справедливо для замкнутых ОНС
- 2  $\sum_{n=1}^n 1_{n1} f_k^k = \|f\|^2$ , справедливо для ОНС
- Верный ответ: 1
4. Формула Даламбера.
- Ответы:
- 1  $u(x, t) = \frac{\varphi(x-at) + \varphi(x+at)}{2}$

$$2 \quad u(x, t) = \frac{\varphi(x-at) + \varphi(x+at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(\xi) d\xi$$

$$3 \quad u(x, t) = \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(\xi) d\xi$$

Верный ответ: 2

5. Оператор Лапласа в полярной системе координат.

Ответы:

$$1 \quad \Delta u = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi}$$

$$2 \quad \Delta u = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial \rho} \right)$$

$$3 \quad \Delta u = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi}$$

Верный ответ: 1

6. Оператор Лапласа в сферической системе координат.

Ответы:

$$1 \quad \Delta u = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi}$$

$$2 \quad \Delta u = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial \rho} \right)$$

$$3 \quad \Delta u = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)$$

Верный ответ: 1

**2. Компетенция/Индикатор:** ИД-3<sub>ОПК-3</sub> Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики

### Вопросы, задания

1. Основные формулы комбинаторики (основной комбинаторный принцип, размещения, перестановки, сочетания).
2. Статистическое и классическое определения вероятности. Свойства вероятности.
3. Теорема сложения вероятностей.
4. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
5. Схема независимых испытаний. Формула Бернулли.
6. Простейший поток событий. Формула Пуассона.
7. Случайные величины дискретные и непрерывные (примеры законов распределения дискретных случайных величин). Функция распределения и ее свойства.
8. Функция плотности вероятности и ее свойства.
9. Математическое ожидание и его свойства (без док-ва).
10. Дисперсия и ее свойства (без док-ва). Среднее квадратическое отклонение.
11. Функции случайных величин.
12. Закон распределения суммы двух независимых слагаемых. Свертка распределений.
13. Понятие о предельных теоремах теории вероятностей. Формулировка центральной предельной теоремы для одинаково распределенных слагаемых. Следствия из нее.
14. Понятие о законе больших чисел. Примеры проявлений его. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.
15. Статистическая и функциональная зависимости. Корреляционная зависимость. Линия регрессии. Свойство линии регрессии минимизировать среднюю квадратическую ошибку прогноза.
16. Коэффициент корреляции и свойства.
17. Предмет математической статистики. Точечные оценки. Оценки несмещенные и состоятельные. Оценки для математического ожидания и дисперсии.
18. Принцип наибольшего правдоподобия в оценке параметров распределений.
19. Понятие о доверительном интервале. Доверительный интервал для математического ожидания (случай большой выборки).

20. Понятие о доверительном интервале. Доверительный интервал для математического ожидания (случай малой выборки).  
 21. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Критерий “хи-квадрат”.  
 22. Проверка гипотез о параметрах распределения. Лемма Неймана-Пирсона.

### Материалы для проверки остаточных знаний

1. Найти вероятность того, что среди 6 карт, взятых наудачу из колоды в 36 карт, будет ровно 2 туза

Ответы:

$$1. \frac{C_{36}^{44} C_{36}^{3232}}{C_{36}^{3636}} \quad 2. \frac{C_{36}^{44} C_{36}^{3232}}{C_{36}^{66}} \quad 3. \frac{C_{36}^{44} C_{36}^{3232}}{C_{36}^{66}}$$

Верный ответ: 1

2. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго равна 0,8. Оба стрелка дали залп по цели. Какова вероятность того, что попал только один?

Ответы:

1) 1,38   2) 0,38   3) 0,098   4) 0,68

Верный ответ: 2

3. Из ящика, содержащего 4 белых и 3 черных шара, вынули наугад 2 шара. Какова теперь вероятность вынуть белый шар из этого ящика?

Ответы:

1)  $\frac{4}{7} \approx 0,5714$    2)  $\frac{7}{4} \approx 1,7500$    3)  $\frac{1}{7} \approx 0,1429$

Верный ответ: 1

4. Вероятность того, что лотерейный билет окажется выигрышным равна 1/3. Какова вероятность того, что из пяти купленных билетов два окажутся выигрышными?

Ответы:

1)  $\frac{243}{50} \approx 4,8600$    2)  $\frac{80}{243} \approx 0,3292$    3)  $\frac{50}{134} \approx 0,3731$

Верный ответ: 2

5. Задан ряд распределения дискретной случайной величины X:

X	1	3	5	7
P(X)	0,1	0,3	C	0,2

Определить величину постоянной C. Найти M(X), D(X), P(X<4).

Ответы:

1) C=0,3   M(X)=1,4   D(X)=0,48   P(X<4)=0,2  
 2) C=1,3   M(X)=5,4   D(X)=6,81   P(X<4)=1,2  
 3) C=0,4   M(X)=4,4   D(X)=3,24   P(X<4)=0,4  
 4) C=0,8   M(X)=0,4   D(X)=-1,8   P(X<4)=1,01

Верный ответ: 3

6. Случайная величина X имеет функцию плотности вероятности  $f(x) = [Cx, x \in [0,2]; 0, x \notin [0,2]$

Определить величину постоянной C. Найти M(X), D(X), P(X>1), P(1/2<X<3/2).

Ответы:

1) C=0,3   M(X)=1/4   D(X)=1/48   P(X>1)=3/2   P(1/2<X<3/2)=1/5  
 2) C=1,3   M(X)=5/4   D(X)=6/8   P(X>1)=1/2   P(1/2<X<3/2)=3/2  
 3) C=0,5   M(X)=3/4   D(X)=2/9   P(X>1)=3/4   P(1/2<X<3/2)=1/2  
 4) C=0,8   M(X)=7/4   D(X)=-1/8   P(X>1)=1/7   P(1/2<X<3/2)=5/3

Верный ответ: 3

## **II. Описание шкалы оценивания**

*Оценка: 5*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 95*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)

*Оценка: 4*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 80*

*Описание характеристики выполнения знания:* работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках

*Оценка: 3*

*Нижний порог выполнения задания в процентах: 60*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме

*Оценка: 2*

*Описание характеристики выполнения знания:* допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно

## **III. Правила выставления итоговой оценки по курсу**

итоговая оценка за освоение дисциплины определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ».