

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины
МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Блок:	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
Часть образовательной программы:	Обязательная
№ дисциплины по учебному плану:	Б1.О.23
Трудоемкость в зачетных единицах:	7 семестр - 4;
Часов (всего) по учебному плану:	144 часа
Лекции	7 семестр - 32 часа;
Практические занятия	7 семестр - 16 часов;
Лабораторные работы	7 семестр - 16 часов;
Консультации	7 семестр - 2 часа;
Самостоятельная работа	7 семестр - 77,5 часа;
в том числе на КИ/КР	не предусмотрено учебным планом
Иная контактная работа	проводится в рамках часов аудиторных занятий
включая: Тестирование Лабораторная работа Контрольная работа	
Промежуточная аттестация:	
Экзамен	7 семестр - 0,5 часа;

Москва 2026

ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Заславский А.А.
	Идентификатор	R6247ef5a-ZaslavskyAA-b2eda018

А.А. Заславский

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: состоит в изучении основ теории математических методов оптимизации.

Задачи дисциплины

- освоение обучающимися экономических и других постановок оптимизационных задач;
- приобретение навыков решения задач линейного, квадратичного и целочисленного программирования.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ИД-2 _{ОПК-2} Выбирает численный метод, опираясь на анализ поставленной задачи, и реализует соответствующие алгоритмы	уметь: - выбирать и реализовывать алгоритмы численного решения задач оптимизации.
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ИД-3 _{ОПК-2} Анализирует результаты численного решения задач и оценивает необходимые для выполнения работы ресурсы	уметь: - анализировать и содержательно интерпретировать результаты численного решения задач оптимизации.
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ИД-1 _{ОПК-3} Использует и модифицирует математические модели прикладных задач	знать: - постановки и математические модели задач оптимизации. уметь: - составлять математические модели экономических задач; - составлять математические модели задач оптимизации.
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ИД-2 _{ОПК-3} Применяет существующие математические методы для анализа свойств математических моделей	уметь: - использовать методы математического программирования для анализа моделей задач оптимизации.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать Для освоения дисциплины необходимо знание математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, численных методов

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования	15	7	4	-	3	-	-	-	-	-	8	-	<p><u>Подготовка к текущему контролю:</u> Составление математических моделей экономических задач <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], 4-10 [3], 13-29 [4], 4-10 [7], 13-29</p>
1.1	Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования	15		4	-	3	-	-	-	-	-	8	-	
2	Симплекс-метод	20		4	4	2	-	-	-	-	-	10	-	<p><u>Подготовка к лабораторной работе:</u> Изучение материала по разделу "Симплекс-метод" и подготовка к лабораторной работе <u>Подготовка к текущему контролю:</u> Студенту необходимо привести задачу линейного программирования к каноническому и стандартному виду <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], 11-15 [7], 35-52</p>
2.1	Симплекс-метод	20		4	4	2	-	-	-	-	-	10	-	
3	Двойственность в линейном программировании	18		7	3	4	2	-	-	-	-	-	9	-
3.1	Двойственность в линейном программировании	18	3		4	2	-	-	-	-	-	9	-	

	программировании												<u>источников:</u> [1], 16-22 [7], 86-99
4	Задачи целочисленного линейного программирования	10	3	-	2	-	-	-	-	-	5	-	<u>Подготовка к контрольной работе:</u> Студенты изучают особенности задач целочисленного линейного программирования и готовятся к контрольной работе <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], 28-33 [7], 164-167
4.1	Задачи целочисленного линейного программирования	10	3	-	2	-	-	-	-	-	5	-	<u>Подготовка к лабораторной работе:</u> Студенты изучают методы оптимизации функции одной переменной и готовятся к выполнению лабораторной работы <u>Подготовка к контрольной работе:</u> Студенты изучают особенности задач нелинейного программирования и готовятся к выполнению контрольной работы <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], 33-42 [2], 33-39,53-62 [5], 450-466 [6], 33-39, 53-62
5	Нелинейное программирование	22	8	2	4	-	-	-	-	-	8	-	<u>Подготовка к лабораторной работе:</u> Студенты изучают методы оптимизации функции одной переменной и готовятся к выполнению лабораторной работы <u>Подготовка к контрольной работе:</u> Студенты изучают особенности задач нелинейного программирования и готовятся к выполнению контрольной работы <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], 33-42 [2], 33-39,53-62 [5], 450-466 [6], 33-39, 53-62
5.1	Нелинейное программирование	22	8	2	4	-	-	-	-	-	8	-	<u>Подготовка к лабораторной работе:</u> Студенты изучают численные методы оптимизации и готовятся к выполнению лабораторной работы <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [5], 371-430
6	Численные методы решения задач математического программирования	23	10	6	3	-	-	-	-	-	4	-	<u>Подготовка к лабораторной работе:</u> Студенты изучают численные методы оптимизации и готовятся к выполнению лабораторной работы <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [5], 371-430
6.1	Численные методы решения задач математического программирования	23	10	6	3	-	-	-	-	-	4	-	<u>Изучение материалов литературных источников:</u> [5], 371-430
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	144.0	32	16	16	-	2	-	-	0.5	44	33.5	
	Итого за семестр	144.0	32	16	16	2	-	-	-	0.5	77.5		

Примечание: Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

3.2 Краткое содержание разделов

1. Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования

1.1. Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования

Экономическая постановка задачи линейного программирования. Свойства выпуклых множеств. Выпуклость допустимого множества задачи линейного программирования. Выпуклый многогранник и его вершины. Теорема о представлении выпуклого многогранника в виде выпуклой оболочки вершин. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования и графический метод ее решения..

2. Симплекс-метод

2.1. Симплекс-метод

Базисные допустимые точки. Теорема о соответствии вершинах допустимой области и базисных точек. Критерий оптимальности вершины. Переход к соседней вершине. Алгоритм симплекс-метода и его геометрический смысл. Нахождение начальной вершины. Метод искусственного базиса..

3. Двойственность в линейном программировании

3.1. Двойственность в линейном программировании

Постановка и экономическая интерпретация двойственной задачи. Построение двойственных задач для задач различного вида. Теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости. Восстановление решения исходной задачи по решению двойственной. Двойственный симплекс-метод. Постановка транспортной задачи. Существование решения. Описание базисных точек транспортной задачи. Методы построения начального плана. Метод потенциалов..

4. Задачи целочисленного линейного программирования

4.1. Задачи целочисленного линейного программирования

Содержательные постановки задач целочисленного линейного программирования. Метод Гомори. Метод ветвей и границ. Решение задачи о рюкзаке методом динамического программирования. Методы решения задач целочисленного программирования, использующие сильные оценки..

5. Нелинейное программирование

5.1. Нелинейное программирование

Постановка задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Постановка задачи выпуклого программирования. Свойства выпуклых функций. Теорема Куна-Таккера. Постановка и методы решения задачи квадратичного программирования. Линейная задача дополнителности и ее решение. Сведение задачи квадратичного программирования к задаче дополнителности..

6. Численные методы решения задач математического программирования

6.1. Численные методы решения задач математического программирования

Численная минимизация функции одной переменной. Прямые методы. Методы, использующие производные. Градиентные методы минимизации функции многих переменных: метод скорейшего спуска, метод Ньютона. Проблема оврагов и методы ее решения. Метод сопряженных градиентов. Методы оптимизации, основанные на аппроксимации целевой функции кусочно-линейными: метод уровней..

3.3. Темы практических занятий

1. Численные методы математического программирования;
2. Решение задач квадратичного программирования;
3. Решение задач нелинейного программирования графическим методом и методом множителей Лагранжа;
4. Решение задач целочисленного линейного программирования методом Гомори и методом ветвей и границ;
5. Решение транспортной задачи методом потенциалов;
6. Составление двойственных задач. Решение задач линейного программирования с помощью теорем двойственности;
7. Решение задач линейного программирования симплекс-методом и методом искусственного базиса;
8. Составление задач линейного программирования и решение их графическим методом.

3.4. Темы лабораторных работ

1. Решение задач линейного программирования симплекс-методом;
2. Решение задач линейного программирования графическим методом;
3. Численная минимизация функции многих переменных;
4. Численная минимизация функции одной переменной.

3.5 Консультации

Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)

1. Обсуждение материалов раздела "Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования"
2. Обсуждение материалов раздела "Симплекс-метод"
3. Обсуждение материалов раздела "Двойственность в линейном программировании"
4. Обсуждение материалов раздела "Задачи целочисленного линейного программирования"
5. Обсуждение материалов раздела "Нелинейное программирование"
6. Обсуждение материалов раздела "Численные методы решения задач математического программирования"

3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)						Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	5	6	
Знать:								
постановки и математические модели задач оптимизации	ИД-1 _{ОПК-3}	+	+					Тестирование/Приведение задачи линейного программирования к каноническому и стандартному виду Тестирование/Составление математических моделей экономических задач
Уметь:								
выбирать и реализовывать алгоритмы численного решения задач оптимизации	ИД-2 _{ОПК-2}						+	Лабораторная работа/Численная минимизация функции многих переменных Лабораторная работа/Численная минимизация функции одной переменной
анализировать и содержательно интерпретировать результаты численного решения задач оптимизации	ИД-3 _{ОПК-2}		+	+				Лабораторная работа/Решение задач линейного программирования графическим методом Лабораторная работа/Решение задач линейного программирования симплекс-методом
составлять математические модели задач оптимизации	ИД-1 _{ОПК-3}			+	+			Контрольная работа/Решение задач линейного программирования
составлять математические модели экономических задач	ИД-1 _{ОПК-3}	+						Тестирование/Составление математических моделей экономических задач
использовать методы математического программирования для анализа моделей задач оптимизации	ИД-2 _{ОПК-3}						+	Контрольная работа/Решение задач нелинейного программирования.

4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)

4.1. Текущий контроль успеваемости

7 семестр

Форма реализации: Компьютерное задание

1. Решение задач линейного программирования графическим методом (Лабораторная работа)
2. Решение задач линейного программирования симплекс-методом (Лабораторная работа)
3. Численная минимизация функции многих переменных (Лабораторная работа)
4. Численная минимизация функции одной переменной (Лабораторная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Решение задач линейного программирования (Контрольная работа)
2. Решение задач нелинейного программирования. (Контрольная работа)

Форма реализации: Смешанная форма

1. Приведение задачи линейного программирования к каноническому и стандартному виду (Тестирование)
2. Составление математических моделей экономических задач (Тестирование)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине

Экзамен (Семестр №7)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

В диплом выставляется оценка за 7 семестр.

Примечание: Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Печатные и электронные издания:

1. Заславский, А. А. Методы оптимизации : учебное пособие [для студентов старших курсов математических специальностей] / А. А. Заславский, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" (НИУ"МЭИ"). – М. : Изд-во МЭИ, 2019. – 52 с. – ISBN 978-5-7046-2229-1.
<http://elib.mpei.ru/elib/view.php?id=11009>;
2. Карманов, В. Г. Математическое программирование : учебное пособие / В. Г. Карманов. – 5-е изд., стер. – М. : Физматлит, 2004. – 264 с. – ISBN 5-922101-70-6.;
3. Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах : учебное пособие / И. Л. Акулич. – 2-е изд., испр. – СПб. : Лань-Пресс, 2009. – 352 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература). – ISBN 978-5-8114-0916-7.;
4. Вентцель, Е. С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – 2-е изд., стереотип. – М. : Наука, 1988. – 208 с.;

5. Базара, М. Нелинейное программирование: Теория и алгоритмы : пер. с англ. / М. Базара, К. Шетти. – М. : Мир, 1982. – 583 с.;
6. Карманов В. Г.- "Математическое программирование", (6-е изд.), Издательство: "ФИЗМАТЛИТ", Москва, 2008 - (264 с.)
https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59532;
7. Акулич И. Л.- "Математическое программирование в примерах и задачах", (3-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2021 - (352 с.)
<https://e.lanbook.com/book/167896>.

5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Python.

5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-808, Учебная аудитория	стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	М-808, Учебная аудитория	стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Лекционная аудитория	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный

		проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-301/1, Кладовая	стул
	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы оптимизации

(название дисциплины)

7 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 Составление математических моделей экономических задач (Тестирование)
- КМ-2 Приведение задачи линейного программирования к каноническому и стандартному виду (Тестирование)
- КМ-3 Решение задач линейного программирования графическим методом (Лабораторная работа)
- КМ-4 Решение задач линейного программирования симплекс-методом (Лабораторная работа)
- КМ-5 Решение задач линейного программирования (Контрольная работа)
- КМ-6 Решение задач нелинейного программирования. (Контрольная работа)
- КМ-7 Численная минимизация функции одной переменной (Лабораторная работа)
- КМ-8 Численная минимизация функции многих переменных (Лабораторная работа)

Вид промежуточной аттестации – Экзамен.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5	КМ-6	КМ-7	КМ-8
		Неделя КМ:	4	8	8	12	12	15	15	16
1	Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования									
1.1	Экономическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования		+	+						
2	Симплекс-метод									
2.1	Симплекс-метод		+	+	+	+				
3	Двойственность в линейном программировании									
3.1	Двойственность в линейном программировании				+	+	+			
4	Задачи целочисленного линейного программирования									
4.1	Задачи целочисленного линейного программирования						+			
5	Нелинейное программирование									
5.1	Нелинейное программирование							+		
6	Численные методы решения задач математического									

	программирования								
6.1	Численные методы решения задач математического программирования							+	+
Вес КМ, %:		10	10	10	15	15	15	10	15