

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое моделирование

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины
СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ И ТЕОРИЯ МАССОВОГО
ОБСЛУЖИВАНИЯ

Блок:	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
Часть образовательной программы:	Часть, формируемая участниками образовательных отношений
№ дисциплины по учебному плану:	Б1.Ч.11
Трудоемкость в зачетных единицах:	8 семестр - 4;
Часов (всего) по учебному плану:	144 часа
Лекции	8 семестр - 28 часа;
Практические занятия	8 семестр - 28 часа;
Лабораторные работы	не предусмотрено учебным планом
Консультации	8 семестр - 2 часа;
Самостоятельная работа	8 семестр - 85,5 часа;
в том числе на КП/КР	не предусмотрено учебным планом
Иная контактная работа	проводится в рамках часов аудиторных занятий
включая: Контрольная работа Расчетно-графическая работа	
Промежуточная аттестация:	
Экзамен	8 семестр - 0,5 часа;

Москва 2026

ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зарбалиев С.М.
	Идентификатор	Ra16bf5bd-ZarbaliyevSM-17637e4f

С.М. Зарбалиев

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: изучение основ теории случайных процессов и основ теории массового обслуживания.

Задачи дисциплины

- изучение основ корреляционной теории (канонические разложения, стационарные процессы, спектральная теория);
- изучение основ теории марковских процессов (цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем, задачи достижения границ, уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова);
- изучение математических моделей СМО и методов их анализа.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
РПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей	ИД-2РПК-2 Демонстрирует понимание принципов построения простейших математических моделей различных явлений и процессов	знать: - основные уравнения для цепей Маркова с непрерывным временем; - основные уравнения для цепей Маркова с дискретным временем; - основные модели СМО и методы их анализа; - основные понятия теории случайных процессов.
РПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей	ИД-3РПК-2 Использует базовые знания и методы фундаментальной математики для анализа простейших свойств математических моделей	уметь: - применять знания при описании конкретных процессов, в том числе, анализировать СМО, построить модель СМО и проанализировать ее.
РПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических моделей	ИД-4РПК-2 Применяет математические методы для аналитического и численного решения прикладных задач и анализирует полученные результаты	уметь: - определять характеристики случайных процессов; - определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с дискретным временем; - определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с непрерывным временем.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать теорию вероятностей и математическую статистику, математический анализ, линейную алгебру и аналитическую геометрию

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Корреляционная теория	40	8	8	-	8	-	-	-	-	-	24	-	<p><u>Подготовка к контрольной работе:</u> Подготовка к КР1 "Корреляционная теория" включает повторение материала по разделу "Корреляционная теория" и разбор решенных задач по теме (определение законов распределения значений процесса, числовых характеристик, линейные преобразования, каноническое разложение, спектральные характеристики)</p> <p><u>Подготовка домашнего задания:</u> Выполнение домашнего задания направлено на отработку умений решения задач по теме, а именно: определение законов распределения значений процесса, числовых характеристик, линейные преобразования, каноническое разложение, спектральные характеристики). Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе "Корреляционная теория" материалу.</p> <p><u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], 7-45 [3], 270-306, 271-299 [4], 12-56</p>	
1.1	Корреляционная теория	40		8	-	8	-	-	-	-	-	-	24		-
2	Марковские процессы. Простые цепи	34		10	-	8	-	-	-	-	-	-	16		-
2.1	Марковские	34	10	-	8	-	-	-	-	-	-	16	-		

	процессы. Простые цепи												<p>разбор решенных задач .</p> <p><u>Подготовка домашнего задания:</u> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умение решать задачи по теме "Простые цепи Маркова" (а именно, составление уравнений цепи, определение распределения в произвольный момент , классификация состояний и определение предельных вероятностей). При подготовке предполагается изучение теории по разделу "Марковские процессы. Простые цепи" и решение задач.</p> <p><u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], 93-120 [3], 339-345, 321-323 [4], 57-97</p>
3	Цепи Маркова с непрерывным временем	18	4	-	6	-	-	-	-	-	8	-	<p><u>Подготовка к контрольной работе:</u> Подготовка к контрольной работе КР2 предполагает повторение теории по разделу "Цепи Маркова с непрерывным временем"</p> <p><u>Подготовка домашнего задания:</u> Выполнение домашнего задания "Цепи Маркова с непрерывным временем" направлено на отработку умение решать задачи по этой теме, а именно переход от физического процесса к графу цепи, определение плотностей переходов, уравнений для предельных вероятностей, решение простых задач на достижение границ. При подготовке предполагается повторение теории по лекционному разделу "Цепи МАРкова с непрерывным временем" и выполнение домашних заданий.</p> <p><u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], 121-168 [3], 345-359, 323-326 [4], 100-117</p>
3.1	Цепи Маркова с непрерывным временем	18	4	-	6	-	-	-	-	-	8	-	<p><u>Подготовка к контрольной работе:</u> Подготовка к контрольной работе КР2 предполагает повторение теории по разделу "Цепи Маркова с непрерывным временем"</p> <p><u>Подготовка домашнего задания:</u> Выполнение домашнего задания "Цепи Маркова с непрерывным временем" направлено на отработку умение решать задачи по этой теме, а именно переход от физического процесса к графу цепи, определение плотностей переходов, уравнений для предельных вероятностей, решение простых задач на достижение границ. При подготовке предполагается повторение теории по лекционному разделу "Цепи МАРкова с непрерывным временем" и выполнение домашних заданий.</p> <p><u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], 121-168 [3], 345-359, 323-326 [4], 100-117</p>

4	Основы теории массового обслуживания	16		6	-	6	-	-	-	-	-	4	-	<u>Подготовка расчетных заданий:</u> Выполняется задание по составлению марковской модели СМО и расчета ее характеристик, <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [2], 12-92 [3], 366-385 [4], 124-153 [5], 12-92
4.1	Основы теории массового обслуживания	16		6	-	6	-	-	-	-	-	4	-	
	Экзамен	36.0		-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	144.0		28	-	28	-	2	-	-	0.5	52	33.5	
	Итого за семестр	144.0		28	-	28		2	-		0.5		85.5	

Примечание: Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПП – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

3.2 Краткое содержание разделов

1. Корреляционная теория

1.1. Корреляционная теория

Основные понятия теории случайных процессов (определения, способы задания, числовые характеристики). Корреляционная функция и ее свойства. Числовые характеристики линейно-преобразованных случайных процессов. Условие дифференцируемости. Общая формула для характеристик преобразованного процесса. Каноническое разложение случайных процессов (определение, прохождение через линейную систему, определение координатных функций и коэффициентов разложения). Стационарные процессы. Свойства корреляционной функции. Спектральное разложение стационарного в широком смысле процесса на конечном и бесконечном интервалах в вещественной форме. Формулы Винера-Хинчина. Комплексная форма спектрального разложения стационарного процесса. Телеграфный сигнал, его корреляционная функция и спектральная плотность. Преобразование стационарного процесса линейным стационарным оператором (определение, частотная характеристика, характеристики выходного процесса, пример). Процесс белого шума. Прохождение белого шума через RC-цепь.

2. Марковские процессы. Простые цепи

2.1. Марковские процессы. Простые цепи

Основные понятия: определения, задание, основные соотношения. Простые цепи Маркова: определение, основные соотношения, теорема о предельных вероятностях. Классификация состояний цепи Маркова: существенные и несущественные состояния, классы, период, подклассы. Теоремы о предельных вероятностях. Возвратные и невозвратные состояния. Критерий возвратности. Среднее время возвращения. Достижение границы. Уравнения для среднего времени и вторых моментов. Задача о разорении игрока. Достижение границы. Уравнения для производящих функций времен достижения. Обобщение на аддитивный функционал. Теорема об усреднении по времени.

3. Цепи Маркова с непрерывным временем

3.1. Цепи Маркова с непрерывным временем

Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова. Процесс Пуассона. Телеграфный сигнал. Свойства цепей Маркова с непрерывным временем. Вложенная цепь Маркова. Достижение границ: уравнения для вероятностей, для среднего времени достижения; уравнения для аддитивного функционала. Эргодичность.

4. Основы теории массового обслуживания

4.1. Основы теории массового обслуживания

Задачи теории и примеры. Элементы СМО и критерии качества. Системы с потерями и с ожиданием. Процессы размножения и гибели. Стационарное распределение. Одноканальные и многоканальные системы, определение основных характеристик. Анализ различных типов марковских СМО. Немарковские СМО. Метод фиктивных фаз Эрланга. Метод Кендалла вложенных цепей.

3.3. Темы практических занятий

1. Непуассоновские СМО;
2. Расчет основных характеристик;
3. Цепи Маркова с непрерывным временем;

4. Простые цепи Маркова. Основные соотношения;
5. Линейное преобразование стационарных процессов;
6. Канонические разложения;
7. Прохождение через линейную систему;
8. Основные характеристики случайных процессов.

3.4. Темы лабораторных работ не предусмотрено

3.5 Консультации

Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)

1. Обсуждение материалов раздела "Корреляционная теория"
2. Обсуждение материалов раздела "Марковские процессы. Простые цепи"
3. Обсуждение материалов раздела "Цепи Маркова с непрерывным временем"
4. Обсуждение материалов раздела "Основы теории массового обслуживания"

3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ Курсовой проект/ работа не предусмотрены

3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)				Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	
Знать:						
основные понятия теории случайных процессов	ИД-2РПК-2	+				Контрольная работа/Основы корреляционной теории
основные модели СМО и методы их анализа	ИД-2РПК-2				+	Расчетно-графическая работа/Анализ СМО
основные уравнения для цепей Маркова с дискретным временем	ИД-2РПК-2		+			Контрольная работа/Простые цепи Маркова
основные уравнения для цепей Маркова с непрерывным временем	ИД-2РПК-2			+		Контрольная работа/Цепи Маркова с непрерывным временем
Уметь:						
применять знания при описании конкретных процессов, в том числе, анализировать СМО, построить модель СМО и проанализировать ее	ИД-3РПК-2				+	Расчетно-графическая работа/Анализ СМО
определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с непрерывным временем	ИД-4РПК-2			+		Контрольная работа/Цепи Маркова с непрерывным временем
определять предельные режимы и характеристики достижения границ для цепей Маркова с дискретным временем	ИД-4РПК-2		+			Контрольная работа/Простые цепи Маркова
определять характеристики случайных процессов	ИД-4РПК-2	+				Контрольная работа/Основы корреляционной теории

4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)

4.1. Текущий контроль успеваемости

8 семестр

Форма реализации: Письменная работа

1. Анализ СМО (Расчетно-графическая работа)
2. Основы корреляционной теории (Контрольная работа)
3. Простые цепи Маркова (Контрольная работа)
4. Цепи Маркова с непрерывным временем (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине

Экзамен (Семестр №8)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

В диплом выставляется оценка за 8 семестр.

Примечание: Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Печатные и электронные издания:

1. Вентцель, Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения : учебное пособие для втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 5-е изд., стер. – М. : КноРус, 2011. – 448 с. – ISBN 978-5-406-00746-4.;
2. Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Эдиториал УРСС, 2005. – 400 с. – ISBN 5-484-00287-7.;
3. Вентцель, Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : Учебное пособие для втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 3-е изд., стереотип. – М. : Высшая школа, 2000. – 366 с. – ISBN 5-06-003832-7 : 37.60.;
4. Горицкий, Ю. А. Случайные процессы и теория массового обслуживания : учебное пособие по курсу "Случайные процессы и теория массового обслуживания" по направлению "Прикладная математика" / Ю. А. Горицкий, А. А. Симушев, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" (НИУ"МЭИ"). – М. : Изд-во МЭИ, 2018. – 159 с. – ISBN 978-5-7046-1884-3.
<http://elibr.mpei.ru/elibr/view.php?id=10084>;
5. Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко- "Введение в теорию массового обслуживания", Издательство: "Гос. изд-во физико-математической лит.", Москва, 1966 - (432 с.)
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=116245>.

5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;

4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др).

5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" -

http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red

2. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-808, Учебная аудитория	стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Лекционная аудитория	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-301/1, Кладовая	стул
	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Случайные процессы и теория массового обслуживания

(название дисциплины)

8 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 Основы корреляционной теории (Контрольная работа)
- КМ-2 Простые цепи Маркова (Контрольная работа)
- КМ-3 Цепи Маркова с непрерывным временем (Контрольная работа)
- КМ-4 Анализ СМО (Расчетно-графическая работа)

Вид промежуточной аттестации – Экзамен.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	14
1	Корреляционная теория					
1.1	Корреляционная теория		+			
2	Марковские процессы. Простые цепи					
2.1	Марковские процессы. Простые цепи			+		
3	Цепи Маркова с непрерывным временем					
3.1	Цепи Маркова с непрерывным временем				+	
4	Основы теории массового обслуживания					
4.1	Основы теории массового обслуживания					+
Вес КМ, %:			20	30	30	20