

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

Рабочая программа дисциплины
КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Блок:	Блок 4 «Факультативы»
Часть образовательной программы:	Часть, формируемая участниками образовательных отношений
№ дисциплины по учебному плану:	Б4.Ч.02
Трудоемкость в зачетных единицах:	2 семестр - 2;
Часов (всего) по учебному плану:	72 часа
Лекции	2 семестр - 16 часов;
Практические занятия	2 семестр - 16 часов;
Лабораторные работы	не предусмотрено учебным планом
Консультации	проводится в рамках часов аудиторных занятий
Самостоятельная работа	2 семестр - 39,7 часа;
в том числе на КП/КР	не предусмотрено учебным планом
Иная контактная работа	проводится в рамках часов аудиторных занятий
включая: Проверочная работа Тестирование Контрольная работа	
Промежуточная аттестация:	
Зачет	2 семестр - 0,3 часа;

Москва 2026

ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Боровиков И.А.
	Идентификатор	R2e186edb-BorovikovIA-68185ef6

И.А. Боровиков

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: изучение постановок задач и базовых результатов современной теории дифференциальных уравнений с частными производными, основанных на применении методов теории функций и функционального анализа.

Задачи дисциплины

- изучение основ теории пространств Соболева;
- изучение основ теории обобщённых решений эллиптических краевых задач;
- изучение основ теории обобщённых решений параболических начально-краевых задач.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию	ИД-1 _{РПК-1} Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании	знать: - терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева. уметь: - исследовать простейшие свойства обобщённых решений эллиптических краевых задач; - исследовать простейшие свойства обобщённых решений параболических начально-краевых задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к факультативным дисциплинам основной профессиональной образовательной программе Математическое и компьютерное моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Базируется на уровне высшего образования (бакалавриат, специалитет).

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Пространства Соболева	19.7	2	4	-	4	-	-	-	-	-	11.7	-	<p><u>Подготовка к текущему контролю:</u> Изучение материалов по разделу «Пространства Соболева» и подготовка к контрольному опросу и тестированию. <u>Подготовка домашнего задания:</u> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Пространства Соболева» материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], стр. 166–169 [2], стр. 46–107</p>	
1.1	Пространства Соболева	19.7		4	-	4	-	-	-	-	-	11.7	-		
2	Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений	26		6	-	6	-	-	-	-	-	-	14	-	<p><u>Подготовка домашнего задания:</u> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений» материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. <u>Подготовка к контрольной работе:</u></p>
2.1	Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений	26		6	-	6	-	-	-	-	-	-	14	-	

													Изучение материалов по разделу «Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений» и подготовка к контрольной работе. <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], стр. 261–264
3	Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений	26	6	-	6	-	-	-	-	-	14	-	<u>Подготовка домашнего задания:</u> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений» материалу. Дополнительно студенту необходимо изучить литературу и разобрать примеры выполнения подобных заданий. <u>Подготовка к контрольной работе:</u> Изучение материалов по разделу «Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений» и подготовка к контрольной работе. <u>Изучение материалов литературных источников:</u> [1], стр. 385–387
3.1	Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений	26	6	-	6	-	-	-	-	-	14	-	
	Зачет	0.3	-	-	-	-	-	-	-	0.3	-	-	
	Всего за семестр	72.0	16	-	16	-	-	-	-	0.3	39.7	-	
	Итого за семестр	72.0	16	-	16	-	-	-	-	0.3	39.7	-	

Примечание: Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПП – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

3.2 Краткое содержание разделов

1. Пространства Соболева

1.1. Пространства Соболева

Обобщённые производные. Определения и простейшие свойства. Обобщённые производные и средние функции. Пространство $W_2^1(G)$. Определение. Полнота и сепарабельность. Пространство $W_0^1(G)$. Неравенство Фридрихса. Приближение функций из $W_2^1(G)$ гладкими функциями. Продолжение функций из $W_2^1(G)$ с сохранением класса. Понятие о следах функций из $W_2^1(G)$. Теоремы вложения $W_2^1(G)$ в $L_q(G)$ и $L_q(\partial G)$. Компактность вложений. Эквивалентные нормировки пространства $W_2^1(G)$. Неравенство Пуанкаре. Пространства $W_2^{1/2}(\partial G)$ и $W_2^{-1}(G)$.

2. Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений

2.1. Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений

Задача Дирихле для общего линейного эллиптического уравнения 2-го порядка. Классическая и обобщённая постановки. Связь между ними. Первое основное неравенство для эллиптических операторов. Теорема существования и единственности обобщённого решения из $W_0^1(G)$ задачи Дирихле для самосопряжённого эллиптического уравнения. Теорема Лакса–Мильграма–Вишика. Метод Галёркина. Разрешимость по Фредгольму в $W_0^1(G)$ задачи Дирихле для общего эллиптического уравнения. Обобщённая постановка задачи на собственные значения для самосопряжённого эллиптического оператора в $W_0^1(G)$. Простейшие свойства собственных значений, теорема разложения в ряд по собственным функциям. Вариационные свойства и минимаксный принцип собственных значений. Краевая задача для эллиптического уравнения с неоднородным условием Дирихле. Другие краевые задачи.

3. Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений

3.1. Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений

Начально-краевая задача для общего линейного параболического уравнения 2-го порядка. Классическое решение. Обобщённое решение из $V_2(Q, T)$. Леммы Гронуолла и Гронуолла–Беллмана. Теорема существования решения из $V_2(Q, T)$ и метод Фаэдо–Галёркина: построение приближенных решений, их существование и единственность, равномерная энергетическая оценка, предельный переход. Дробная гладкость по t обобщённого решения из $V_2(Q, T)$. Теорема единственности решения из $V_2(Q, T)$.

3.3. Темы практических занятий

1. Пространства Соболева.;
2. Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений.;
3. Теорема Лакса–Мильграма–Вишика.;
4. Метод Галёркина.;
5. Обобщённые решения из энергетического класса параболических начально-краевых задач.;
6. Методы Фаэдо–Галёркина и Фурье для параболических уравнений..

3.4. Темы лабораторных работ

не предусмотрено

3.5 Консультации

Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)

1. Обсуждение материалов по разделу «Пространства Соболева».
2. Обсуждение материалов по разделу «Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений».
3. Обсуждение материалов по разделу «Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений».

3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)			Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	
Знать:					
терминологию и базовые результаты теории пространств Соболева	ИД-1РПК-1	+			Проверочная работа/Обобщённые производные и их свойства Тестирование/Пространства Соболева
Уметь:					
исследовать простейшие свойства обобщённых решений параболических начально-краевых задач	ИД-1РПК-1			+	Контрольная работа/Обобщённые решения параболических уравнений
исследовать простейшие свойства обобщённых решений эллиптических краевых задач	ИД-1РПК-1		+		Контрольная работа/Обобщённые решения эллиптических уравнений

4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)

4.1. Текущий контроль успеваемости

2 семестр

Форма реализации: Билеты (письменный опрос)

1. Обобщённые производные и их свойства (Проверочная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Обобщённые решения параболических уравнений (Контрольная работа)
2. Обобщённые решения эллиптических уравнений (Контрольная работа)
3. Пространства Соболева (Тестирование)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине

Зачет (Семестр №2)

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

В диплом выставляется оценка за 2 семестр.

Примечание: Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Печатные и электронные издания:

1. В. П. Михайлов- "Дифференциальные уравнения в частных производных", Издательство: "Наука", Москва, 1976 - (391 с.)
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468230>;
2. Соболев, С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике / С. Л. Соболев ; Ред. О. А. Олейник. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1988. – 336 с. – ISBN 5-02-013756-1..

5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Latex.

5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710а, Учебная аудитория каф. МКМ	стол, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Лекционная аудитория	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Краевые задачи математической физики

(название дисциплины)

2 семестр

Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:

- КМ-1 Обобщённые производные и их свойства (Проверочная работа)
 КМ-2 Пространства Соболева (Тестирование)
 КМ-3 Обобщённые решения эллиптических уравнений (Контрольная работа)
 КМ-4 Обобщённые решения параболических уравнений (Контрольная работа)

Вид промежуточной аттестации – Зачет.

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Пространства Соболева					
1.1	Пространства Соболева		+	+		
2	Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений					
2.1	Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений				+	
3	Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений					
3.1	Обобщённые решения начально-краевых задач для параболических уравнений					+
Вес КМ, %:			15	15	35	35