

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В**  
**ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Часть, формируемая участниками образовательных отношений</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.Ч.02</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>3 семестр - 5;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>180 часов</b>
<b>Лекции</b>	<b>3 семестр - 32 часа;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>3 семестр - 16 часов;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>3 семестр - 16 часов;</b>
<b>Консультации</b>	<b>3 семестр - 2 часа;</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>3 семестр - 113,5 часов;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> <b>Контрольная работа</b> <b>Лабораторная работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	<b>3 семестр - 0,50 часа;</b>

**Москва 2026**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение математических и компьютерных моделей оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными, и методов их решения.

### Задачи дисциплины

- освоение базовых знаний по методам минимизации дифференцируемых функционалов и методам решения некорректных экстремальных задач;
- получение представления о математическом моделировании задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными;
- приобретение опыта компьютерного моделирования в задачах оптимального управления.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию	ИД-3РПК-1 Демонстрирует знание терминологии, основных понятий и методов решения и компьютерного моделирования прикладных задач	знать: - терминологию, основные понятия и методы оптимального управления; - подход к получению сопряженной краевой задачи для задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными.
РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию	ИД-5РПК-1 Применяет математические методы исследования и компьютерного моделирования для решения прикладных задач	уметь: - применять численные методы для решения задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными.
РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию	ИД-6РПК-1 Разрабатывает и исследует алгоритмы компьютерного моделирования прикладных задач	уметь: - разрабатывать и исследовать алгоритмы численного решения некорректных экстремальных задач.
РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их	ИД-7РПК-1 Проводит компьютерное моделирование прикладных задач и анализирует его результаты	уметь: - анализировать результаты компьютерного моделирования задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными.

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
компьютерную реализацию		

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое и компьютерное моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать численные методы компьютерного моделирования, математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, функциональный анализ

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Градиент. Условия оптимальности.	14	3	6	-	4	-	-	-	-	-	4	-	<p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Задания ориентированы на решения задач по разделу "Градиент. Условия оптимальности". Студенту необходимо повторить теоретический материал и примеры решения задач по данной теме.</p> <p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Градиент. Условия оптимальности". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], с. 115-161 [2], с. 127-164</p>
1.1	Градиент. Условия оптимальности.	14		6	-	4	-	-	-	-	-	4	-	
2	Методы минимизации функционалов.	14		6	-	4	-	-	-	-	-	4	-	
2.1	Методы минимизации функционалов.	14		6	-	4	-	-	-	-	-	4	-	

													Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 66-91
3	Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.	46	4	8	2	-	-	-	-	-	32	-	<b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Подготовка к выполнению и защите лабораторной работы по теме "Моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня". Студенту необходимо выполнить индивидуальный вариант лабораторной работы, объяснить полученные результаты, ответить на дополнительные вопросы по теме контрольного мероприятия. <b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 116-134 [4], с. 5-12, 17-23
3.1	Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.	46	4	8	2	-	-	-	-	-	32	-	
4	Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления колебательными процессами.	50	8	8	2	-	-	-	-	-	32	-	<b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Подготовка к выполнению и защите лабораторной работы по теме "Моделирование оптимального управления процессом колебания струны". Студенту необходимо выполнить индивидуальный вариант лабораторной работы, объяснить полученные результаты, ответить на
4.1	Математическое и	50	8	8	2	-	-	-	-	-	32	-	

	компьютерное моделирование оптимального управления колебательными процессами.												дополнительные вопросы по теме контрольного мероприятия. <b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления колебательными процессами". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], с. 134-146 [4], с. 12-23
5	Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления.	10	4	-	2	-	-	-	-	-	4	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], с.145-149
5.1	Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления.	10	4	-	2	-	-	-	-	-	4	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Методы решения некорректных экстремальных задач". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b>
6	Методы решения некорректных экстремальных задач.	10	4	-	2	-	-	-	-	-	4	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения задач по теме "Методы решения некорректных экстремальных задач". Домашнее задание выдается студентам по изученному в этом разделе материалу. Студенту необходимо выполнить подобные задания по данной теме. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b>
6.1	Методы решения некорректных экстремальных задач.	10	4	-	2	-	-	-	-	-	4	-	<b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b>

														[3], с. 159-202
	Экзамен	36.00	-	-	-	-	2	-	-	0.50	-	33.50		
	<b>Всего за семестр</b>	<b>180.00</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>0.50</b>	<b>80</b>	<b>33.50</b>		
	<b>Итого за семестр</b>	<b>180.00</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>0.50</b>	<b>113.50</b>			

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### 3.2 Краткое содержание разделов

#### 1. Градиент. Условия оптимальности.

1.1. Градиент. Условия оптимальности.

Дифференцируемые функционалы. Выпуклые функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума. Условия оптимальности. Теорема Вейерштрасса в функциональных пространствах..

#### 2. Методы минимизации функционалов.

2.1. Методы минимизации функционалов.

Градиентный метод. Метод проекции градиента. Метод условного градиента. Метод возможных направлений. Метод сопряженных направлений. Метод Ньютона. Метод с кубической скоростью сходимости. Метод штрафных функций..

#### 3. Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.

3.1. Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.

Моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня: постановка задачи, сопряженная краевая задача, градиент, условие Липшица для градиента, условия оптимальности. Компьютерное моделирование задачи оптимального управления процессом нагрева стержня: методы численного решения..

#### 4. Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления колебательными процессами.

4.1. Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления колебательными процессами.

Моделирование задачи оптимального управления колебаниями струны и стержня: постановка задач, сопряженные краевые задачи, градиент, условие Липшица для градиента функционала в задаче колебания струны, условия оптимальности. Компьютерное моделирование задачи оптимального управления колебаниями струны: методы численного решения..

#### 5. Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления.

5.1. Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления.

Постановка задачи. Принцип максимума Понтрягина. Примеры. Методы решения краевой задачи принципа максимума..

#### 6. Методы решения некорректных экстремальных задач.

6.1. Методы решения некорректных экстремальных задач.

Постановка задачи. Стабилизатор. Нормальное решение. Основные леммы регуляризации. Метод Тихонова..

### 3.3. Темы практических занятий

1. Дифференцируемые функционалы. Выпуклые функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума. Условия оптимальности;

2. Оптимальное управление процессом нагрева стержня;
3. Оптимальное управление колебательными процессами;
4. Принцип максимума Понтрягина;
5. Методы решения некорректных экстремальных задач;
6. Методы минимизации функционалов.

### **3.4. Темы лабораторных работ**

1. Моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня;
2. Моделирование оптимального управления процессом колебания струны.

### **3.5 Консультации**

#### *Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)*

1. Обсуждение материалов по разделу "Градиент. Условия оптимальности"
2. Обсуждение материалов по разделу "Методы минимизации функционалов"
3. Обсуждение материалов по разделу "Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня"
4. Обсуждение материалов по разделу "Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления колебательными процессами"
5. Обсуждение материалов по разделу "Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления"
6. Обсуждение материалов по разделу "Методы решения некорректных экстремальных задач"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)						Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	5	6	
<b>Знать:</b>								
подход к получению сопряженной краевой задачи для задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными	ИД-3РПК-1		+	+				Контрольная работа/Методы минимизации функционалов
терминологию, основные понятия и методы оптимального управления	ИД-3РПК-1	+						Контрольная работа/Функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума
<b>Уметь:</b>								
применять численные методы для решения задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными	ИД-5РПК-1			+				Лабораторная работа/Моделирование оптимального управления процессом колебания струны Лабораторная работа/Моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня
разрабатывать и исследовать алгоритмы численного решения некорректных экстремальных задач	ИД-6РПК-1				+	+	+	Лабораторная работа/Моделирование оптимального управления процессом колебания струны
анализировать результаты компьютерного моделирования задач оптимального управления процессами, описываемыми уравнениями с частными производными	ИД-7РПК-1			+	+			Лабораторная работа/Моделирование оптимального управления процессом колебания струны Лабораторная работа/Моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**3 семестр**

Форма реализации: Защита задания

1. Моделирование оптимального управления процессом колебания струны (Лабораторная работа)
2. Моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня (Лабораторная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Методы минимизации функционалов (Контрольная работа)
2. Функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Экзамен (Семестр №3)*

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих

В диплом выставляется оценка за 3 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В.- "Оптимальное управление", (2-е изд.), Издательство: "ФИЗМАТЛИТ", Москва, 2005 - (384 с.)  
[https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=48177](https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48177);
2. Александров В. В., Болтянский В. Г., Лемак С. С., Парусников Н. А.- "Оптимальное управление движением", Издательство: "ФИЗМАТЛИТ", Москва, 2005 - (376 с.)  
[https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=48225](https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48225);
3. Васильев, Ф. П. Методы решения экстремальных задач. Задачи минимизации в функциональных пространствах, регуляризация, аппроксимация : учебное пособие для вузов / Ф. П. Васильев. – М. : Наука, 1981. – 400 с.;
4. Зубков, П. В. Оптимальное управление : методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу "Оптимальное управление" по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" / П. В. Зубков, А. Е. Вестфальский, Д. А. Титов, Нац. исслед. ун-т "МЭИ" (НИУ"МЭИ"). – Москва : Изд-во МЭИ, 2020. – 24 с.  
<http://elib.mpei.ru/elib/view.php?id=11421>.

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;

4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Антиплагиат ВУЗ;
6. Python.

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
2. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
3. Национальная электронная библиотека - <https://rusneb.ru/>
4. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

### 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий	М-712, Учебная лаборатория каф. МКМ	стол учебный, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Лекционная аудитория	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Математическое и компьютерное моделирование в оптимальном управлении

(название дисциплины)

### 3 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Функционалы. Необходимые и достаточные условия экстремума (Контрольная работа)
- КМ-2 Методы минимизации функционалов (Контрольная работа)
- КМ-3 Моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня (Лабораторная работа)
- КМ-4 Моделирование оптимального управления процессом колебания струны (Лабораторная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	15
1	Градиент. Условия оптимальности.					
1.1	Градиент. Условия оптимальности.		+			
2	Методы минимизации функционалов.					
2.1	Методы минимизации функционалов.			+		
3	Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.					
3.1	Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления процессом нагрева стержня.			+	+	+
4	Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления колебательными процессами.					
4.1	Математическое и компьютерное моделирование оптимального управления колебательными процессами.				+	+
5	Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления.					
5.1	Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления.					+
6	Методы решения некорректных экстремальных задач.					
6.1	Методы решения некорректных экстремальных задач.					+
Вес КМ, %:			20	20	30	30