

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**ПРИКЛАДНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Часть, формируемая участниками образовательных отношений</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.Ч.06.01.02</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>1 семестр - 3;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>108 часов</b>
<b>Лекции</b>	<b>1 семестр - 32 часа;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>1 семестр - 16 часов;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>1 семестр - 2 часа;</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>1 семестр - 57,5 часа;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> <b>Тестирование</b> <b>Контрольная работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	<b>1 семестр - 0,5 часа;</b>

**Москва 2026**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Боровиков И.А.
	Идентификатор	R2e186edb-BorovikovIA-68185ef6

И.А. Боровиков

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение разделов теории функций и функционального анализа, используемых при решении краевых и начально-краевых задач математической физики.

### Задачи дисциплины

- освоение основ теории функций ограниченной вариации и абсолютно непрерывных функций;
- изучение основ теории пространств Соболева функций одной действительной переменной;
- освоение терминологии и элементов теории обобщённых функций;
- освоение основ нелинейного функционального анализа.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию	ИД-1рпк-1 Демонстрирует знание современного математического аппарата, используемого при математическом и компьютерном моделировании	знать: - терминологию и элементы теории обобщённых функций; - терминологию и основные результаты теории функций ограниченной вариации и абсолютно непрерывных функций.  уметь: - применять теорию пространств Соболева функций одной действительной переменной; - применять базовые результаты нелинейного функционального анализа.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое и компьютерное моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Базируется на уровне высшего образования (бакалавриат, специалитет).

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции	26	1	12	-	6	-	-	-	-	-	8	-	<p><b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции» материалу.</p> <p><b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу «Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции» и подготовка к тестированию.</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 340–355, 358–367 [2], стр. 224–225</p>	
1.1	Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции	26		12	-	6	-	-	-	-	-	8	-		
2	Пространства Соболева функций одной действительной переменной	18		8	-	4	-	-	-	-	-	-	6		-
2.1	Пространства Соболева функций одной действительной переменной	18		8	-	4	-	-	-	-	-	-	6		-

													действительной переменной» материалу. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [3], стр. 47–55, 60–83
3	Введение в теорию обобщённых функций	14	6	-	3	-	-	-	-	-	5	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Введение в теорию обобщённых функций» материалу.
3.1	Введение в теорию обобщённых функций	14	6	-	3	-	-	-	-	-	5	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу «Введение в теорию обобщённых функций» и подготовка к тестированию. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 218–233
4	Элементы нелинейного функционального анализа	14	6	-	3	-	-	-	-	-	5	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу «Топологические пространства» и подготовка к контрольной работе.
4.1	Элементы нелинейного функционального анализа	14	6	-	3	-	-	-	-	-	5	-	<b><u>Подготовка домашнего задания:</u></b> Подготовка домашнего задания направлена на отработку умений решения профессиональных задач. Домашнее задание выдается студентам по изученному в разделе «Топологические пространства» материалу. <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [4], § 35
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	108.0	32	-	16	-	2	-	-	0.5	24	33.5	
	Итого за семестр	108.0	32	-	16	2	-	-	-	0.5	57.5		

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПр – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### **3.2 Краткое содержание разделов**

#### 1. Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции

##### 1.1. Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции

Монотонные функции. Функция скачков и её свойства. Функции ограниченной вариации. Арифметические операции над функциями ограниченной вариации. Пространство  $BV[a,b]$  и его свойства. Необходимое и достаточное условие ограниченности вариации функции, заданной на отрезке. Принцип выбора Хелли. Интеграл Римана–Стилтьеса. Определение и теорема о достаточных условиях существования. Теорема о среднем и линейность интеграла Римана–Стилтьеса. Формула интегрирования по частям для интеграла Римана–Стилтьеса. Первая теорема Хелли. Абсолютно непрерывные функции. Определение и связь пространства  $AC[a,b]$  с другими функциональными пространствами. Арифметические операции над абсолютно непрерывными функциями. Критерий абсолютной непрерывности функции, заданной на отрезке. Формула Ньютона–Лейбница и формула интегрирования по частям для абсолютно непрерывных функций. Пространство  $AC[a,b]$  и его полнота..

#### 2. Пространства Соболева функций одной действительной переменной

##### 2.1. Пространства Соболева функций одной действительной переменной

Обобщённые производные. Пространства  $W_p^m(a,b)$ . Пространства  $W_p^1(a,b)$  и их связь с пространством  $AC[a,b]$ . Непрерывность и компактность вложения  $W_p^1(a,b)$  в  $C[a,b]$  и  $L_q(a,b)$ . Плотность  $C^\infty[a,b]$  в  $W_p^1(a,b)$ . Эквивалентные нормировки в  $W_p^1(a,b)$ . Пространства  $W_2^1(a,b)$  и  $W_0^1(a,b)$ ..

#### 3. Введение в теорию обобщённых функций

##### 3.1. Введение в теорию обобщённых функций

Пространство  $D(a,b)$ . Пространство Шварца. Обобщённые функции. Регулярные и сингулярные обобщённые функции. Действия над обобщёнными функциями. Простейшие уравнения в обобщённых функциях..

#### 4. Элементы нелинейного функционального анализа

##### 4.1. Элементы нелинейного функционального анализа

Условие Каратеодори и оператор Немыцкого. Теорема Брауэра и лемма об остром угле. Теорема Шаудера о неподвижной точке (принцип Шаудера) и её следствия. Теорема Лере–Шаудера..

### **3.3. Темы практических занятий**

1. Элементы нелинейного функционального анализа.;
2. Элементы теории обобщённых функций.;
3. Пространства Соболева функций одной действительной переменной.;
4. Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции..

### **3.4. Темы лабораторных работ**

не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

Групповые консультации по разделам дисциплины (ГК)

1. Обсуждение материалов по разделу «Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции».
2. Обсуждение материалов по разделу «Пространства Соболева функций одной действительной переменной».
3. Обсуждение материалов по разделу «Введение в теорию обобщённых функций».
4. Обсуждение материалов по разделу «Элементы нелинейного функционального анализа».

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)				Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	
<b>Знать:</b>						
терминологию и основные результаты теории функций ограниченной вариации и абсолютно непрерывных функций	ИД-1РПК-1	+				Контрольная работа/Интеграл Римана– Стильеса и абсолютно непрерывные функции Тестирование/Функции монотонные и ограниченной вариации
терминологию и элементы теории обобщённых функций	ИД-1РПК-1			+		Контрольная работа/Пространства Соболева и элементы теории обобщённых функций
<b>Уметь:</b>						
применять базовые результаты нелинейного функционального анализа	ИД-1РПК-1				+	Контрольная работа/Элементы нелинейного функционального анализа
применять теорию пространств Соболева функций одной действительной переменной	ИД-1РПК-1		+			Контрольная работа/Пространства Соболева и элементы теории обобщённых функций

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

#### **1 семестр**

Форма реализации: Письменная работа

1. Интеграл Римана–Стилтьеса и абсолютно непрерывные функции (Контрольная работа)
2. Пространства Соболева и элементы теории обобщённых функций (Контрольная работа)
3. Функции монотонные и ограниченной вариации (Тестирование)
4. Элементы нелинейного функционального анализа (Контрольная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

#### Экзамен (Семестр №1)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и экзаменационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 1 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин- "Элементы теории функций и функционального анализа", (7-е изд.), Издательство: "Физматлит", Москва, 2012 - (573 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563>;
2. Натансон И. П.- "Теория функций вещественной переменной", (5-е изд., стер.), Издательство: "Лань", Санкт-Петербург, 2008 - (560 с.)  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=284](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=284);
3. Соболев, С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике / С. Л. Соболев ; Ред. О. А. Олейник. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1988. – 336 с. – ISBN 5-02-013756-1.;
4. В. А. Треногин- "Функциональный анализ", (3-е изд., испр.), Издательство: "Физматлит", Москва, 2002 - (488 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613>.

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Latex.

### 5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

### 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-710, Учебная аудитория каф. МКМ	стол преподавателя, стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Лекционная аудитория	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Прикладной функциональный анализ

(название дисциплины)

#### 1 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Функции монотонные и ограниченной вариации (Тестирование)
- КМ-2 Интеграл Римана–Стилтьеса и абсолютно непрерывные функции (Контрольная работа)
- КМ-3 Пространства Соболева и элементы теории обобщённых функций (Контрольная работа)
- КМ-4 Элементы нелинейного функционального анализа (Контрольная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	12	16
1	Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции					
1.1	Функции ограниченной вариации и абсолютно непрерывные функции		+	+		
2	Пространства Соболева функций одной действительной переменной					
2.1	Пространства Соболева функций одной действительной переменной				+	
3	Введение в теорию обобщённых функций					
3.1	Введение в теорию обобщённых функций				+	
4	Элементы нелинейного функционального анализа					
4.1	Элементы нелинейного функционального анализа					+
Вес КМ, %:			15	25	40	20