

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование

Уровень образования: высшее образование - магистратура

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

<b>Блок:</b>	Блок 1 «Дисциплины (модули)»
<b>Часть образовательной программы:</b>	Часть, формируемая участниками образовательных отношений
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	Б1.Ч.04
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	1 семестр - 3;
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	108 часов
<b>Лекции</b>	1 семестр - 32 часа;
<b>Практические занятия</b>	не предусмотрено учебным планом
<b>Лабораторные работы</b>	1 семестр - 32 часа;
<b>Консультации</b>	проводится в рамках часов аудиторных занятий
<b>Самостоятельная работа</b>	1 семестр - 43,7 часа;
<b>в том числе на КП/КР</b>	не предусмотрено учебным планом
<b>Иная контактная работа</b>	проводится в рамках часов аудиторных занятий
<b>включая:</b>	
<b>Лабораторная работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Зачет с оценкой</b>	1 семестр - 0,3 часа;

**Москва 2026**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Черепова М.Ф.
	Идентификатор	R9267877e-CherepovaMF-dbb9bf1

М.Ф. Черепова

Заведующий выпускающей  
кафедрой

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Зубков П.В.
	Идентификатор	R4920bc6f-ZubkovPV-8172426c

П.В. Зубков

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** заключается в изучении принципов построения методов исследования и способов практической реализации метода конечных элементов и многосеточных методов решения задач математической физики.

### Задачи дисциплины

- знакомство с основами метода конечных элементов;
- знакомство с многосеточными методами и их теоретическим обоснованием;
- получение навыков практической реализации и применения изученных методов.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию	ИД-БРПК-1 Разрабатывает и исследует алгоритмы компьютерного моделирования прикладных задач	знать: - постановки основных задач математической физики и их свойства; - математический аппарат метода конечных элементов и многосеточных методов.  уметь: - строить дискретные аналоги краевых задач для эллиптических уравнений математической физики и численные методы их решения.
РПК-1 Способен разрабатывать и исследовать математические модели естествознания и технологий, а также осуществлять их компьютерную реализацию	ИД-7РПК-1 Проводит компьютерное моделирование прикладных задач и анализирует его результаты	уметь: - практически реализовывать и применять многосеточные методы на современных языках программирования с использованием системы контроля версий при разработке приложений; - сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений краевых задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое и компьютерное моделирование (далее – ОПОП), направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, уровень образования: высшее образование - магистратура.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать численные методы, уравнения математической физики

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания	
				Контактная работа							СР				
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль		
КПР	ГК	ИККП	ТК												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Многосеточные методы	72	1	18	24	-	-	-	-	-	-	30	-	<p><b><u>Подготовка к текущему контролю:</u></b> Проработка теоретической и алгоритмической составляющих реализованных в рамках лабораторных работ методов. Подготовка к защите лабораторных работ.</p> <p><b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Проработка теоретического материала (по лекциям и рекомендованной литературе).</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 9--28, 39--74 [2], стр. 9--28, 39--74</p>	
1.1	Многосеточные методы	72		18	24	-	-	-	-	-	-	30	-		
2	Метод конечных элементов	35.7		14	8	-	-	-	-	-	-	-	13.7	-	<p><b><u>Подготовка к лабораторной работе:</u></b> Проработка теоретического материала (по лекциям и рекомендованной литературе).</p> <p><b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], стр. 28--39 [2], стр. 28--39 [3], стр. 46--61</p>
2.1	Метод конечных элементов	35.7		14	8	-	-	-	-	-	-	-	13.7	-	
	Зачет с оценкой	0.3		-	-	-	-	-	-	-	-	0.3	-	-	
	<b>Всего за семестр</b>	<b>108.0</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>0.3</b>	<b>43.7</b>	<b>-</b>		
	<b>Итого за семестр</b>	<b>108.0</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	<b>43.7</b>	<b>-</b>		

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КПР – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИККП – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам

дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### **3.2 Краткое содержание разделов**

#### 1. Многосеточные методы

##### 1.1. Многосеточные методы

Классические постановки основных задач математической физики. Их разрешимость. Задачи линейной алгебры как дискретные аналоги задач математической физики. Итерационные методы решения систем сеточных уравнений. Пространства сеточных функций. Операторы продолжения и проектирования с (на) грубой сетки. Двухсеточный метод и его сходимость для модельной задачи. Классический многосеточный метод. V-, W-, F-циклы. Матрица итераций. Сходимость метода. Пример применения для задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Вложенные итерации, схема полного мультигрида. Применение к нелинейным задачам. Схема полной аппроксимации..

#### 2. Метод конечных элементов

##### 2.1. Метод конечных элементов

Обобщенные производные и пространства Соболева как математический аппарат компьютерного моделирования. Обобщенная постановка эллиптических задач математической физики. Их разрешимость. Конечно-элементная триангуляция области. Конечномерные пространства базисных функций. Виды конечных элементов. Аппроксимация интегральных тождеств. Матрица жесткости элемента. Сборка. Структура и свойства матрицы метода. Пример применения для задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике и в области сложной формы. Применение многосеточных методов..

### **3.3. Темы практических занятий**

не предусмотрено

### **3.4. Темы лабораторных работ**

1. Классические итерационные методы: сглаживающие свойства;
2. Классический мультигрид;
3. Полный мультигрид;
4. Метод конечных элементов.

### **3.5 Консультации**

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)		Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	
<b>Знать:</b>				
математический аппарат метода конечных элементов и многосеточных методов	ИД-6РПК-1	+	+	Лабораторная работа/Метод конечных элементов
постановки основных задач математической физики и их свойства	ИД-6РПК-1	+		Лабораторная работа/Классические итерационные методы: сглаживающие свойства
<b>Уметь:</b>				
строить дискретные аналоги краевых задач для эллиптических уравнений математической физики и численные методы их решения	ИД-6РПК-1		+	Лабораторная работа/Метод конечных элементов
сопоставлять результаты вычислительного эксперимента с теоретически обоснованными свойствами решений краевых задач	ИД-7РПК-1	+		Лабораторная работа/Полный мультигрид
практически реализовывать и применять многосеточные методы на современных языках программирования с использованием системы контроля версий при разработке приложений	ИД-7РПК-1	+		Лабораторная работа/Классический мультигрид

## **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**1 семестр**

Форма реализации: Защита задания

1. Классические итерационные методы: сглаживающие свойства (Лабораторная работа)
2. Классический мультигрид (Лабораторная работа)
3. Метод конечных элементов (Лабораторная работа)
4. Полный мультигрид (Лабораторная работа)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

*Зачет с оценкой (Семестр №1)*

Оценка определяется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ»

В диплом выставляется оценка за 1 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Ольшанский, М. А. Лекции и упражнения по многосеточным методам / М. А. Ольшанский. – М. : Физматлит, 2005. – 168 с. – ISBN 5-922105-93-0.;
2. Ольшанский М. А.- "Лекции и упражнения по многосеточным методам", Издательство: "ФИЗМАТЛИТ", Москва, 2005 - (168 с.)  
[https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59391](https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59391);
3. Сьярле, Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач / Ф. Сьярле. – М. : Мир, 1980. – 512 с..

### **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. СДО "Прометей";
2. Office / Российский пакет офисных программ;
3. Windows / Операционная система семейства Linux;
4. Видеоконференции (Майнд, Сберджаз, ВК и др);
5. Visual Studio;
6. Latex;
7. Python;
8. ОС Linux.

### **5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:**

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тип помещения	Номер аудитории, наименование	Оснащение
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	М-808, Учебная аудитория	стол учебный, стул, доска меловая
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий	М-712, Учебная лаборатория каф. МКМ	стол учебный, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	М-712, Учебная лаборатория каф. МКМ	стол учебный, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный
	Ж-120, Машинный зал ИВЦ	сервер, кондиционер
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-303, Лекционная аудитория	стол компьютерный, стул, стол письменный, вешалка для одежды, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, принтер, кондиционер
Помещения для консультирования	М-714, Преподавательская каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для документов, шкаф для одежды, тумба, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, книги, учебники, пособия
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	М-713/1, Учебно-научная лаборатория каф. МКМ	рабочее место сотрудника, стул, шкаф, шкаф для одежды, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный, книги, учебники, пособия

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### Численные методы компьютерного моделирования

(название дисциплины)

#### 1 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

КМ-1 Классические итерационные методы: сглаживающие свойства (Лабораторная работа)

КМ-2 Классический мультигрид (Лабораторная работа)

КМ-3 Полный мультигрид (Лабораторная работа)

КМ-4 Метод конечных элементов (Лабораторная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Зачет с оценкой.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4
		Неделя КМ:	4	8	11	15
1	Многосеточные методы					
1.1	Многосеточные методы		+	+	+	+
2	Метод конечных элементов					
2.1	Метод конечных элементов					+
Вес КМ, %:			10	25	25	40